Teilbarkeitsregeln

Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn sie gerade ist, d.h. wenn sie auf 0,2,4,6 oder 8 endet.

Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn die Quersumme der Zahl durch 3 teilbar ist.

Begründung:
Wenn ich z.B. wissen will, ob 4527 durch 3 teilbar ist, dann überlege ich : 4527=4000+500+20+7

$4000 = \underbrace{4 \cdot 999}_{\text{mit 3 teilbar}} + 4$	$500 = \underbrace{5 \cdot 99}_{\text{mit 3 teilbar}} + 5$	$20 = \underbrace{2 \cdot 9}_{\text{mit 3 teilbar}} + 2$	**7**

Also gilt :

$$4527 = \underbrace{(4 \cdot 999 + 5 \cdot 99 + 2 \cdot 9)}_{\text{durch 3 teilbar}} + (4 + 5 + 2 + 7)$$

Wir wissen: Eine Summe ist mit 3 teilbar, wenn jeder Summand mit 3 teilbar ist .
Wir wissen: Ein Produkt ist mit 3 teilbar, wenn mindestens ein Faktor mit 3 teilbar ist .

4527 ist durch 3 teilbar,
weil der erste Summand $(4 \cdot 999 + 5 \cdot 99 + 2 \cdot 9)$ durch 3 teilbar ist

und der zweite Summand $(4+5+2+7)=18$
auch durch 3 teilbar ist.
Dieser zweite Summand heißt auch Quersumme von 4527

Dagegen ist 4528 nicht durch 3 teilbar, weil die Quersumme 19 nicht durch 3 teilbar ist.

Wir wissen: Eine Summe ist nicht mit 3 teilbar, wenn ein Summand mit 3 teilbar ist und der andere Summand nicht mit 3 teilbar ist.

Eine Zahl ist genau dann durch 4 teilbar, wenn
- **die Zahl auf 00 endet oder**
- **die letzten beiden Ziffern der Zahl als Zahl gelesen durch 4 teilbar ist.**

Begründung:
Wenn ich z.B. wissen will, ob 4562 durch 4 teilbar ist, dann überlege ich :

$$4562 = \underbrace{4500}_{\text{durch 4 teilbar}} + 62$$

Die Zahl ist nicht durch 4 teilbar, weil 62 nicht durch 4 teilbar ist.

Dagegen ist 4560 durch 4 teilbar, weil 60 durch 4 teilbar ist.

Übung:

1.) Begründe, warum 4500 durch 4 teilbar ist.

2.) Begründe warum jede Zahl, die auf 00 endet, durch 4 teilbar ist.

Eine Zahl ist genau dann durch 5 teilbar, wenn die Zahl auf 0 oder auf 5 endet.

Begründung:
Wenn ich z.B. wissen will, ob 4560 durch 5 teilbar ist, dann überlege ich :

$$4560 = 456 \cdot 10$$

Wir wissen: Ein Produkt ist mit 5 teilbar, wenn mindestens ein Faktor mit 5 teilbar ist .

Weil 10 mit 5 teilbar ist, ist auch 4560 mit 5 teilbar

Die Zahl 4563 ist nicht durch 5 teilbar, weil (4563=4560+3) 4560 durch 5 teilbar ist und 3 nicht durch 5 teilbar ist !

Dagegen ist 4565 durch 5 teilbar, weil 4563=4560+5
und beide Summanden durch 5 teilbar sind.

Eine Zahl ist genau dann durch 6 teilbar, wenn die Zahl durch 2 und durch 3 teilbar ist.

Das ist leicht einzusehen:

Wenn eine Zahl mit 2 teilbar ist, dann lässt sie sich als Produkt mit dem Faktor 2 darstellen:

4566=2*2283

Wenn diese Zahl auch noch mit 3 teilbar ist, dann lässt sie sich als Produkt mit dem Faktor 3 darstellen:

4566=3*1522= 3*2*761=(3*2)*761=6*761

Die Teilbarkeitsregel für 7 ist sehr schwer, du brauchst sie daher nicht auswendig zu wissen!

Um zu überprüfen, ob eine Zahl mit 7 teilbar ist, geht man wie folgt vor:

1.) Multipliziere die letzte Ziffer der Zahl mit 2

2.) Subtrahiere das Ergebnis von 1.) von der Restzahl ohne die letzte Stelle

Wenn das Ergebnis durch 7 teilbar ist, ist die ursprüngliche Zahl auch durch 7 teilbar.

Dieses Verfahren kann man mehrmals nacheinander durchführen, solange bis man bei einer Zahl landet, von der man weiß, dass sie durch 7 teilbar ist.

Beispiel:

7|952 weil $2 \cdot 2 = 4$ $95 - 4 = 91$ und $7 | 91$

7| 39823 weil

$2 \cdot 3 = 6$ $3982 - 6 = 3976$ $7 | 3976$?
$2 \cdot 6 = 12$ $397 - 12 = 385$ $7 | 385$?
$2 \cdot 5 = 10$ $38 - 10 = 28$ $7 | 28$!

Eine Zahl ist genau dann durch 8 teilbar, wenn
- die Zahl auf 000 endet oder
- die letzten drei Ziffern der Zahl als Zahl gelesen durch 8 teilbar ist.

Begründung:
Wenn ich z.B. wissen will, ob 4576 durch 8 teilbar ist, dann überlege ich :

$$4576 = \underbrace{4000}_{\text{durch 8 teilbar}} + 576$$

Die Zahl ist durch 8 teilbar, weil 576 durch 8 teilbar ist.

572=400+160+16 ist mit 8 teilbar, weil <u>jeder</u> Summand mit 8 teilbar ist.

Dagegen ist 4060 nicht durch 8 teilbar, weil 60 nicht durch 8 teilbar ist.

Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn die Quersumme der Zahl durch 9 teilbar ist.

Begründung:
Wenn ich z.B. wissen will, ob 4528 durch 9 teilbar ist, dann überlege ich : 4528=4000+500+20+8

$4000 = \underbrace{4 \cdot 999}_{\text{mit 9 teilbar}} + 4$	$500 = \underbrace{5 \cdot 99}_{\text{mit 9 teilbar}} + 5$	$20 = \underbrace{2 \cdot 9}_{\text{mit 9 teilbar}} + 2$	**8**

Also gilt :

$$4528 = \underbrace{(4 \cdot 999 + 5 \cdot 99 + 2 \cdot 9)}_{\text{durch 9 teilbar}} + (\underbrace{4 + 5 + 2 + 8}_{\text{durch 9 teilbar ??}})$$

4528 ist nicht durch 9 teilbar, weil die Quersumme 4+5+2+8=19 nicht durch 9 teilbar ist.

Dagegen ist die Zahl 4527 durch 9 teilbar, weil die Quersumme 4+5+2+7=18 durch 9 teilbar ist.

Eine Zahl ist durch 10 teilbar, wenn sie auf 0 endet.

Die Teilbarkeitsregel für 11 ist sehr schwer, du brauchst sie daher nicht auswendig zu wissen!

Um zu überprüfen, ob eine Zahl mit 11 teilbar ist, geht man wie folgt vor:

1. **Unterstreiche jede zweite Ziffern der Zahl.**
2. **Addiere alle unterstrichenen Ziffern.**
3. **Addiere alle nicht unterstrichenen Ziffern.**
4. **Bilde die Differenz der größeren minus der kleineren Ziffernsumme**

Wenn das Ergebnis durch 11 teilbar ist, ist die ursprüngliche Zahl auch durch 11 teilbar.

11|21494 ?	Unterstreiche: 21494 1+9=10 2+4+4=10 10-10=0 11|0 also ist auch 11|21494

11|358248 ?	Unterstreiche: 458248 5+2+8=15 4+8+4=16 16-15=1 11†1 also ist auch 11†358248