

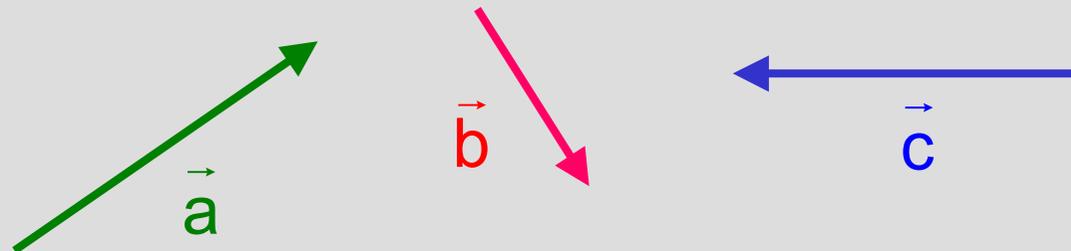


Definition:

Ein Vektor \vec{x} ist eine Pfeilgröße, die durch zwei Eigenschaften charakterisiert ist :

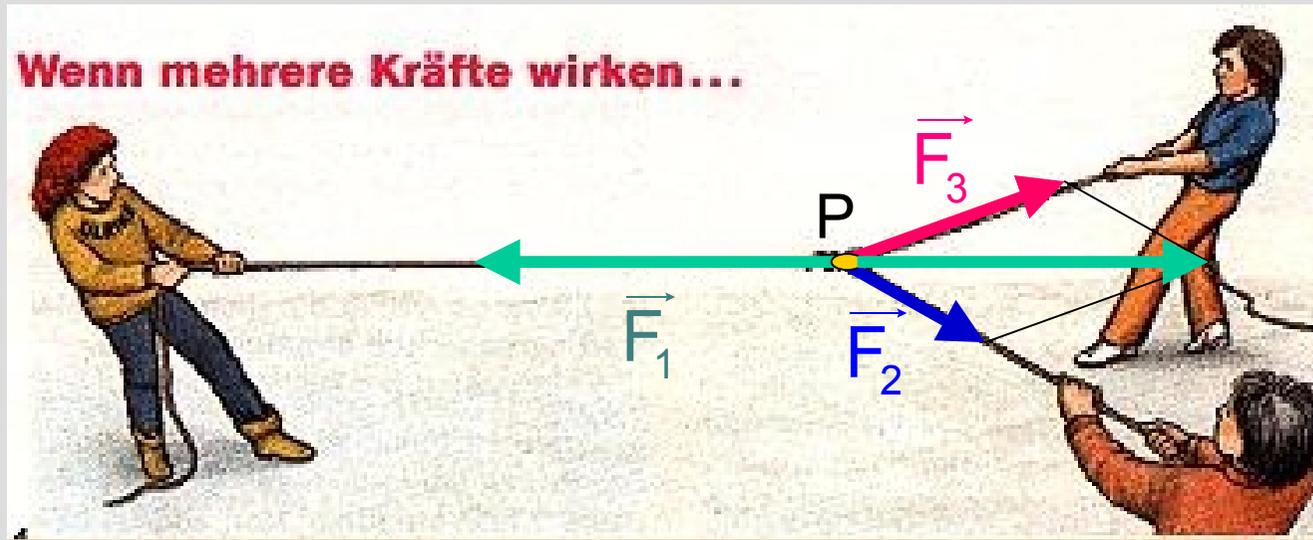
1. \vec{x} besitzt einen **Betrag** (eine **Länge**)
2. \vec{x} besitzt eine **Richtung**

Vektoren werden oft durch Pfeile dargestellt:





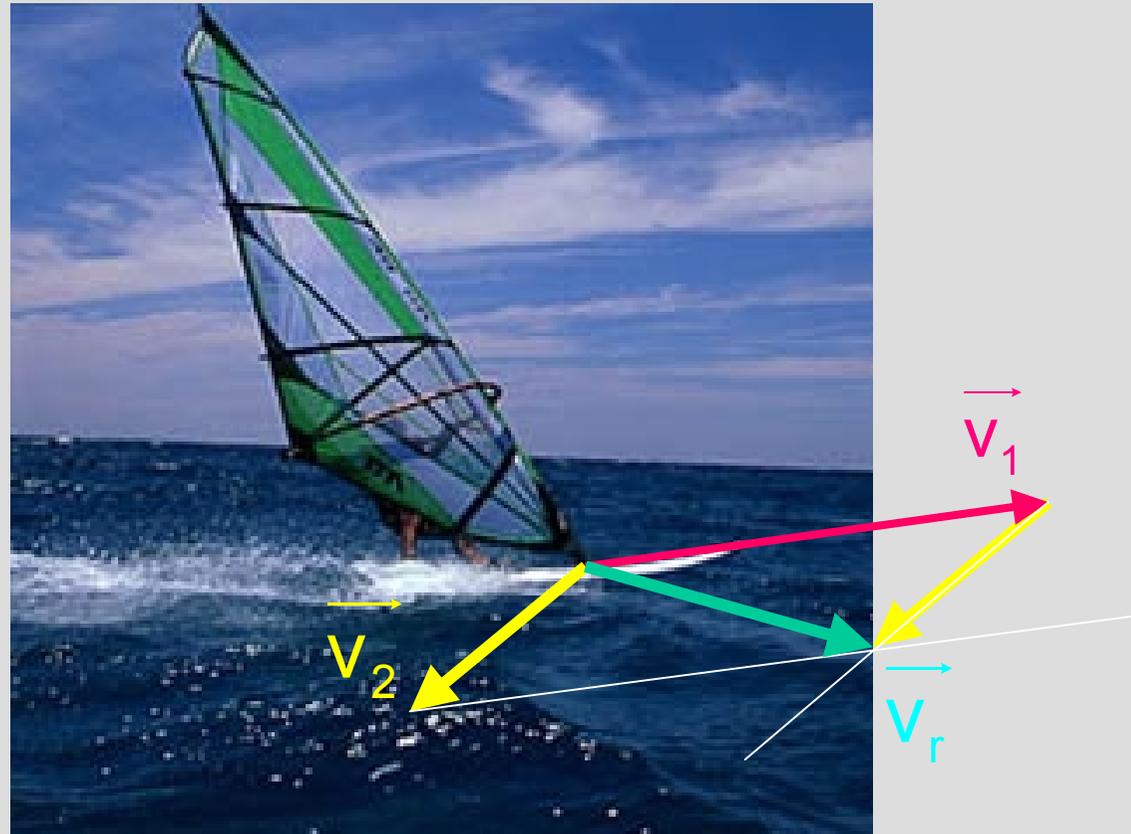
Beispiele für Vektoren : Kraftvektoren



Gleichgewicht der Kräfte : (P ist in Ruhe)

\vec{F}_2 und \vec{F}_3 müssen zusammen die Kraft \vec{F}_1 kompensieren

Beispiele für Vektoren : Geschwindigkeitsvektoren



V_1

Geschwindigkeit relativ zum Wasser

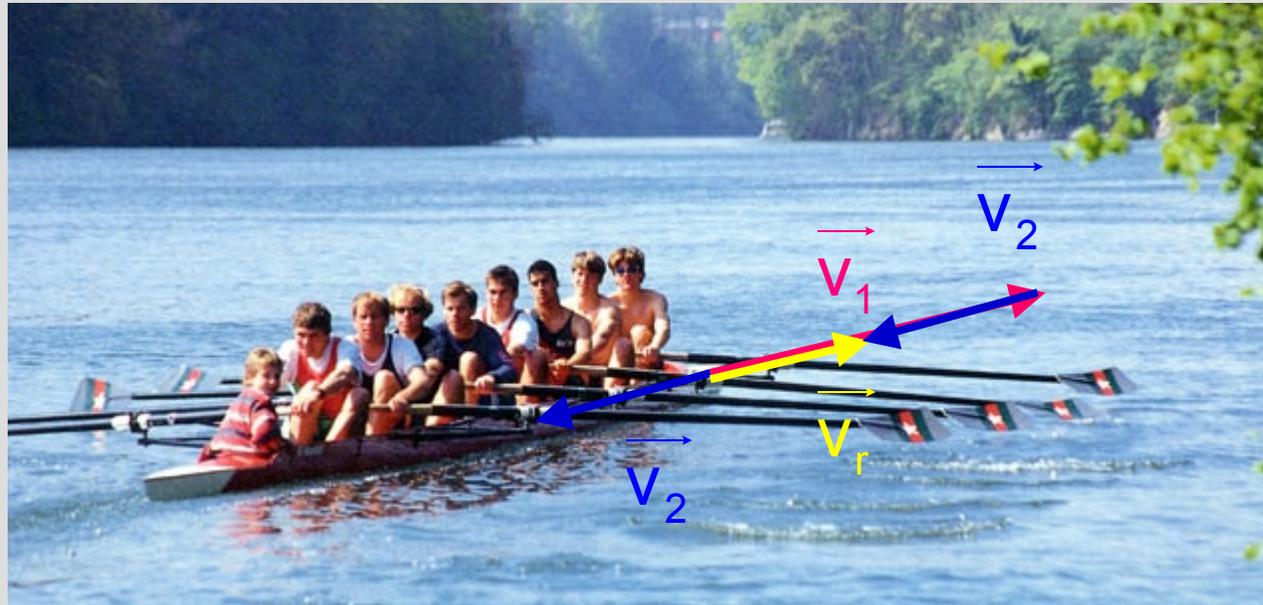


V_2

Strömungsgeschwindigkeit relativ zum Grund



Rudern gegen die Strömung



\vec{V}_1 Geschwindigkeit des Achters relativ zum Wasser

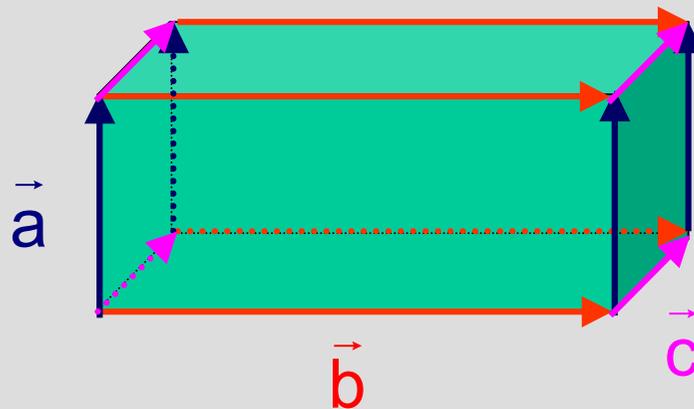
\vec{V}_2 Strömungsgeschwindigkeit des Flusses relativ zum Land



Definition: Gleichheit von Vektoren

Zwei Vektoren sind gleich,
wenn sie in Betrag und
Richtung übereinstimmen:

$$(\vec{a} = \vec{b}) \Leftrightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| \quad \wedge \quad \text{Richt}(\vec{a}) = \text{Richt}(\vec{b})$$



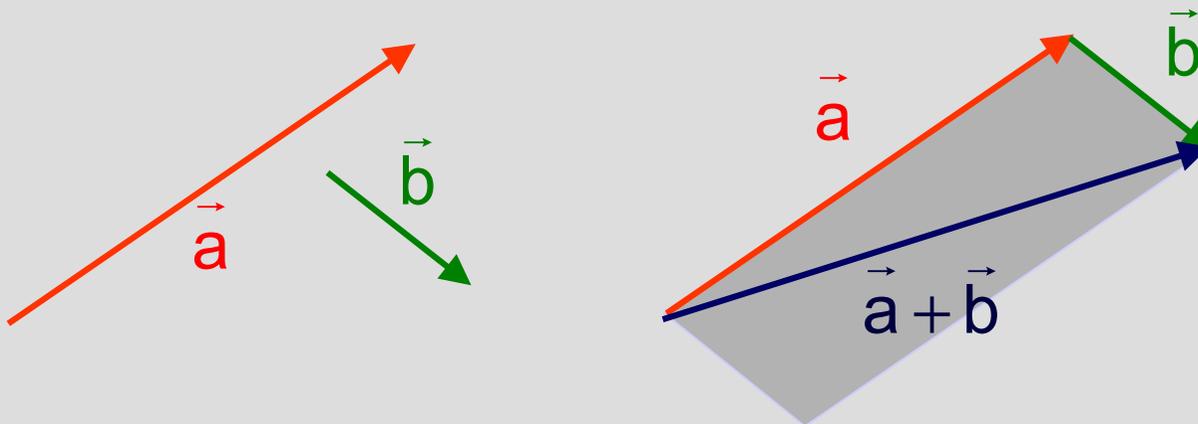


Definition: Addition von Vektoren

1. Die Summe zweier (bzw. mehrerer) Vektoren ist wieder ein Vektor :

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

2. Den **Summenvektor** finde ich mit der **Parallelogrammregel** :





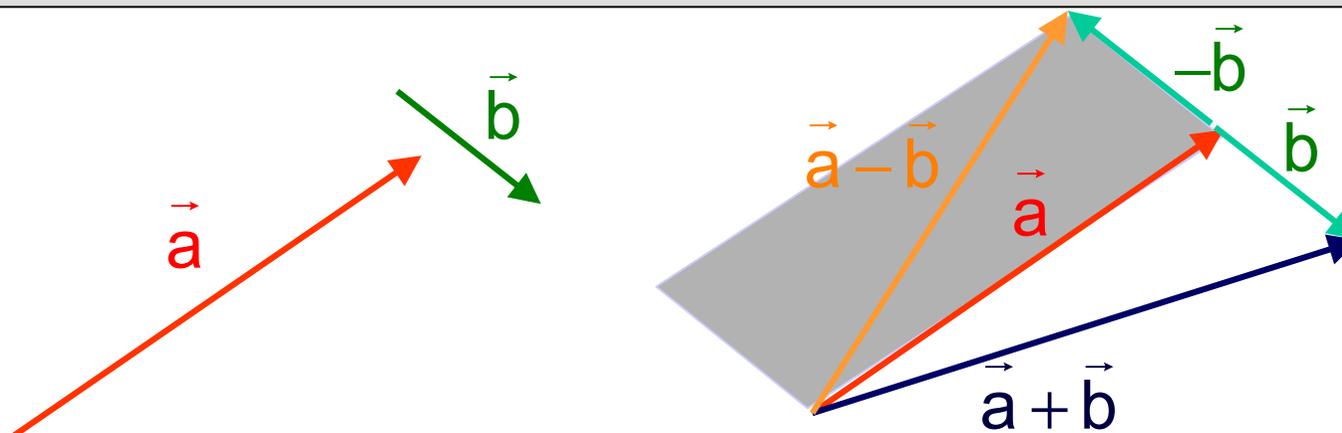
Definition: Subtraktion von Vektoren

1. Die Differenz zweier (bzw. mehrerer) Vektoren ist wieder ein Vektor :

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{d}$$

2. Die Differenz wird als Summe mit dem Gegenvektor des Subtrahenden definiert:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

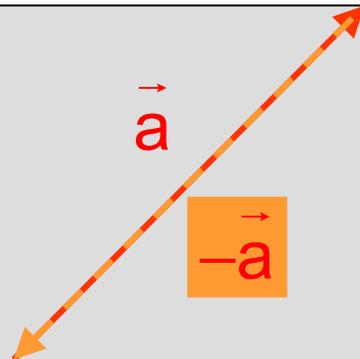




Definition: Der Nullvektor

1. Die Differenz zweier (bzw. mehrerer) Vektoren kann einen Vektor mit der Länge 0 ergeben, den so genannten Nullvektor:

$$\vec{a} - \vec{a} = \vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

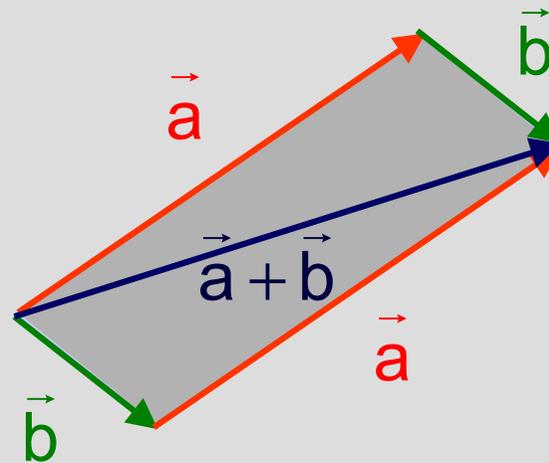


Die Richtung des Nullvektors ist dabei beliebig !



Kommutativgesetz der Addition

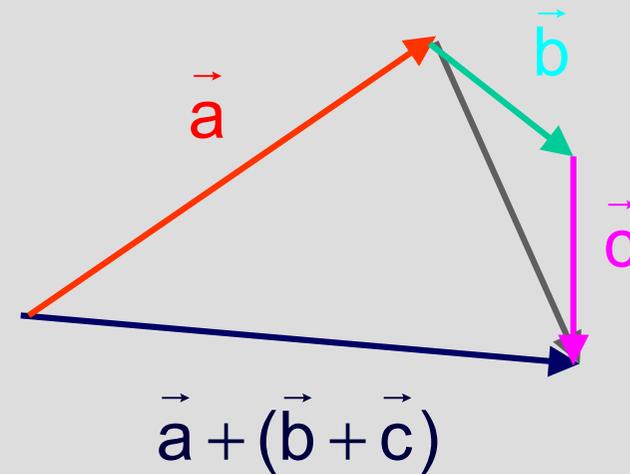
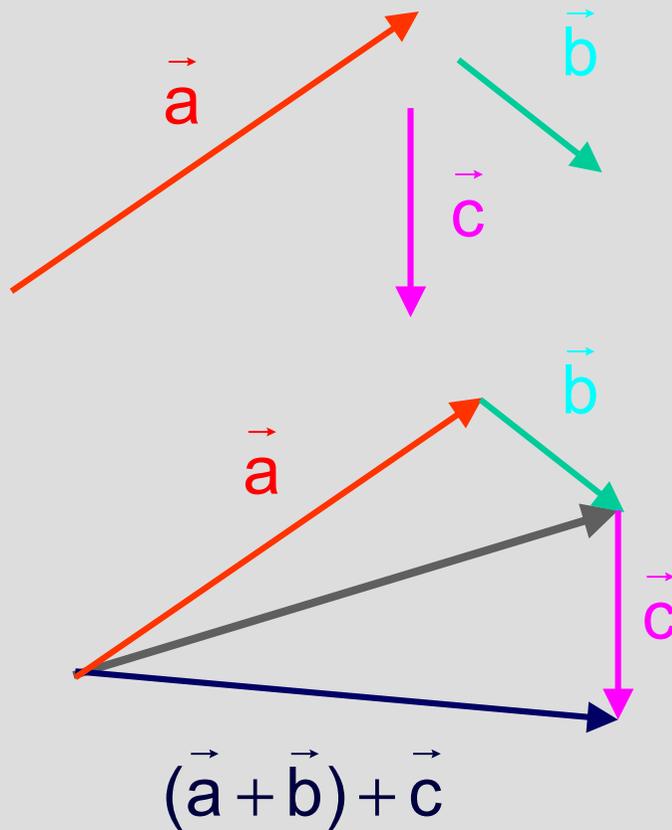
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \quad \text{für alle Vektoren } \vec{a}, \vec{b}$$





Assoziativgesetz der Addition

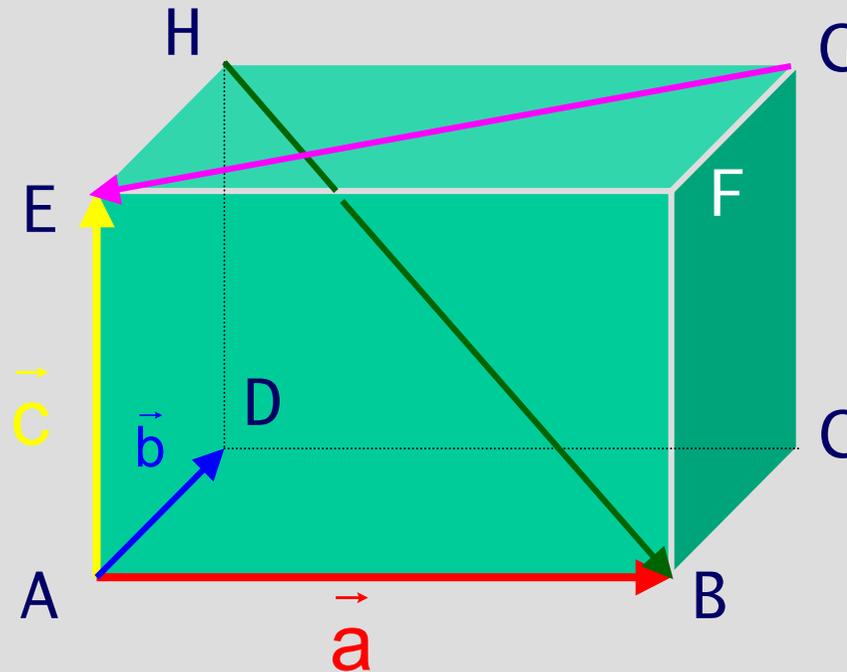
$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) \text{ für alle Vektoren } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$$





Übung 1

Drücke den Vektor \overrightarrow{HB} bzw. \overrightarrow{GE} als Summe mit den Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ aus:

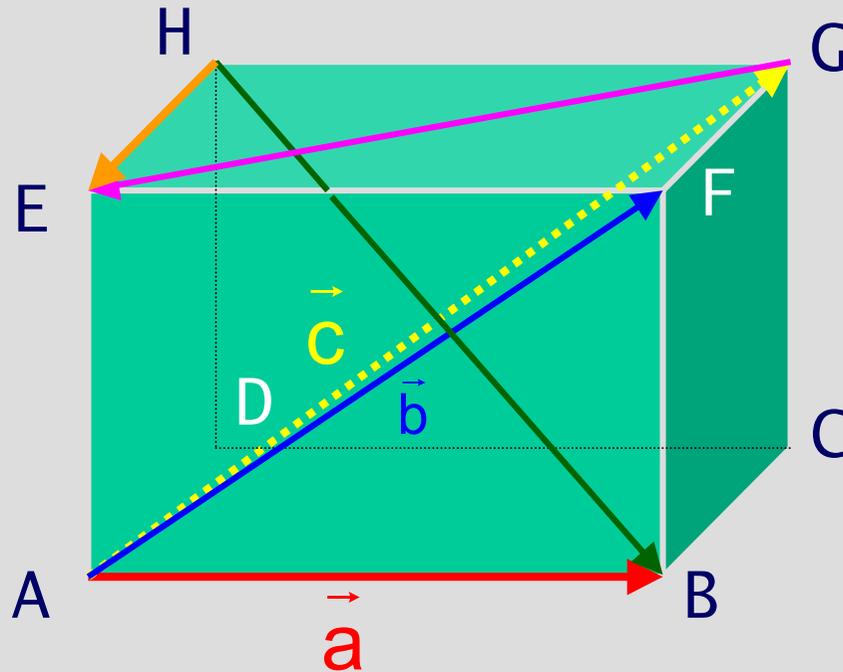


$$\overrightarrow{HB} = (-\vec{b}) + (-\vec{c}) + \vec{a} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$$

$$\overrightarrow{GE} = (-\vec{b}) + (-\vec{a}) = -\vec{a} - \vec{b} = -(\vec{a} + \vec{b})$$



Drücke die Vektoren \overrightarrow{HE} , \overrightarrow{GE} , \overrightarrow{HB} jeweils als Summe mit den Vektoren \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} aus:



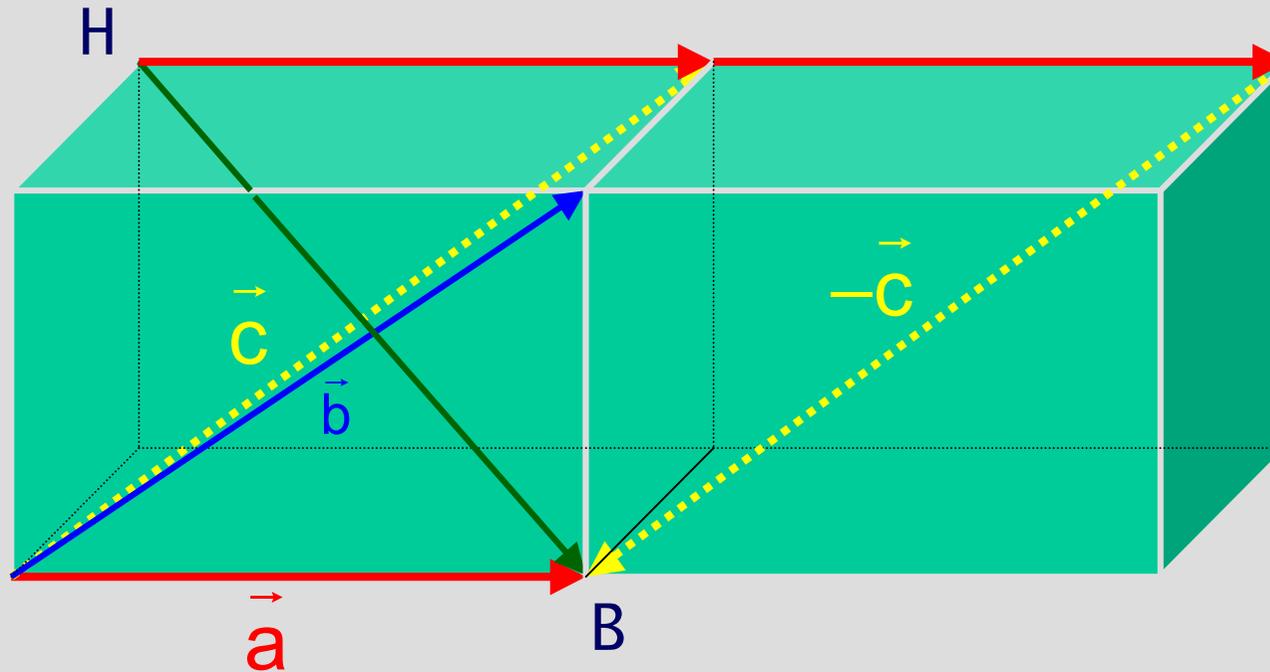
$$\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{GF} = (-\vec{c}) + \vec{b} = \vec{b} + (-\vec{c}) = \vec{b} - \vec{c}$$

$$\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FE} = \vec{b} - \vec{c} + (-\vec{a}) = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$$

$$\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FB} = \vec{a} + (\vec{b} - \vec{c}) + (\vec{a} - \vec{b}) = 2 \cdot \vec{a} + (-\vec{c}) = 2 \cdot \vec{a} - \vec{c}$$

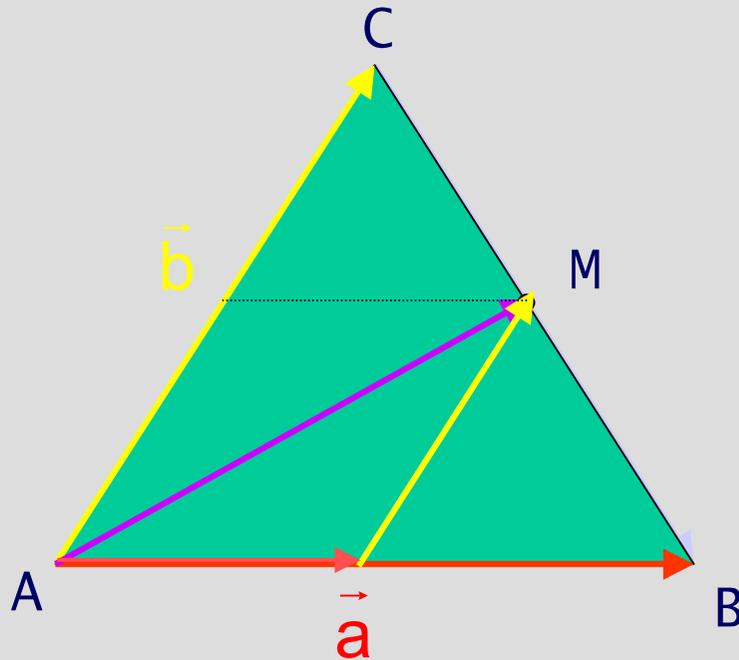


Mit etwas Übung kann man das Ergebnis $\overrightarrow{HB} = 2 \cdot \vec{a} - \vec{c}$ direkt sehen :





Drücke den Vektor \overrightarrow{CB} bzw. \overrightarrow{AM} als Summe mit den Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ aus:

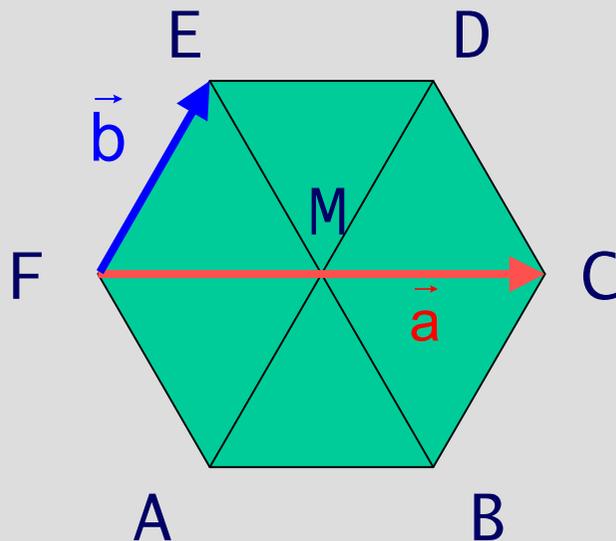


$$\overrightarrow{CB} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \vec{b} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} \\ &= \vec{b} + \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b}) \\ &= \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\end{aligned}$$



Drücke die Vektoren als Linearkombination mit den Vektoren \vec{a} , \vec{b} aus:



$$\vec{ED} = \frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\vec{ME} = \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\vec{DA} = -2\vec{b}$$

$$\vec{CD} = \vec{ME} = \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\vec{FD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{FB} = \vec{EC}$$

$$-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} = -\left(\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right) = \vec{DF} = \vec{CA}$$