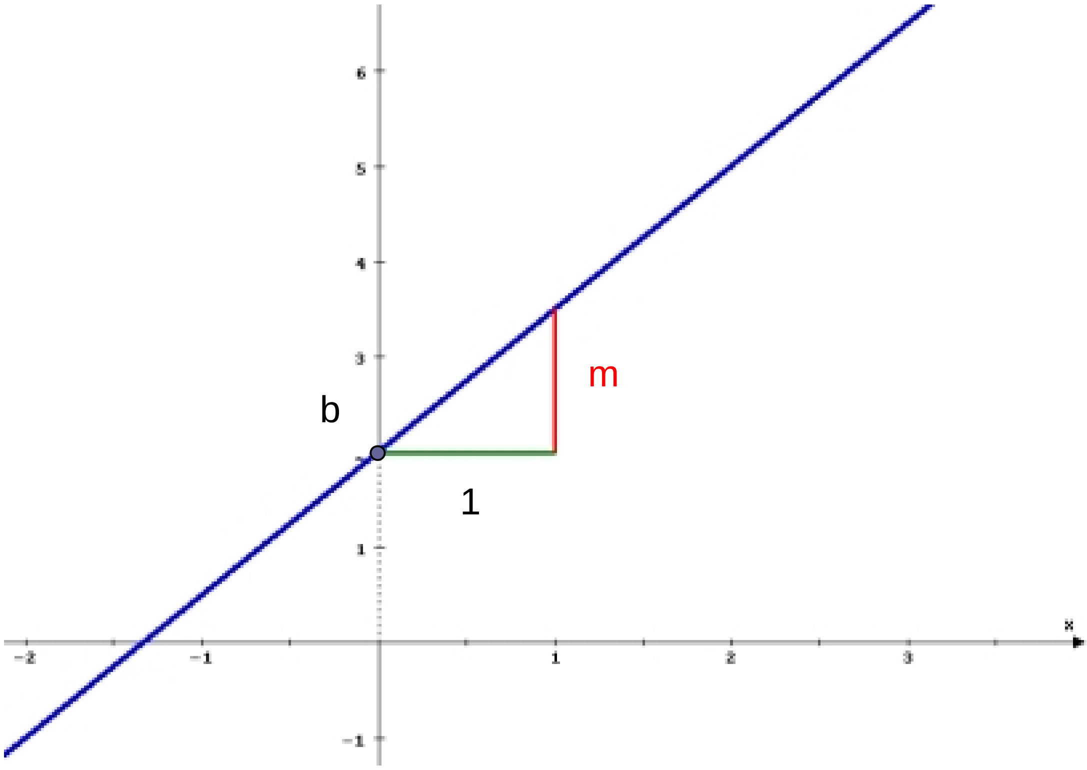
Lineare Funktionen $f(x) = m \cdot x + b \quad m, b \in \mathbb{R} \quad D_f = \mathbb{R}$



m: Steigung (Standardsteigungsdreieck s.o.)
b: y-Achsenabschnitt

Funktionenscharen : $f_t(x) = t \cdot x - t^2 \quad t \in \mathbb{R} \quad D_{f_t} = \mathbb{R}$

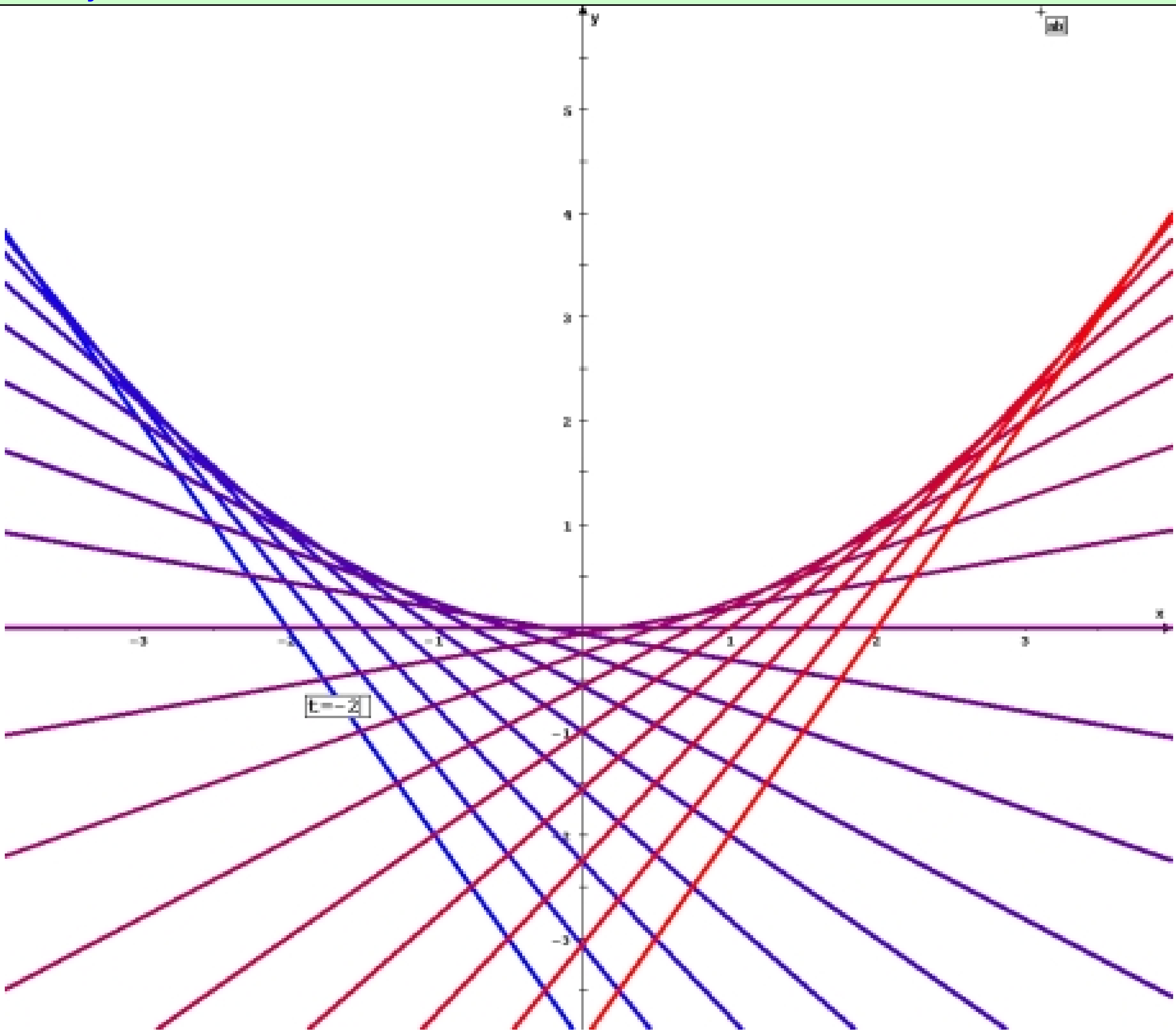
Die Schar besteht aus unendlich vielen Funktionen , darunter sind z.B.

$f_{-0,5}(x) = (-0,5) \cdot x - (-0,5)^2 \quad D_f = \mathbb{R}$

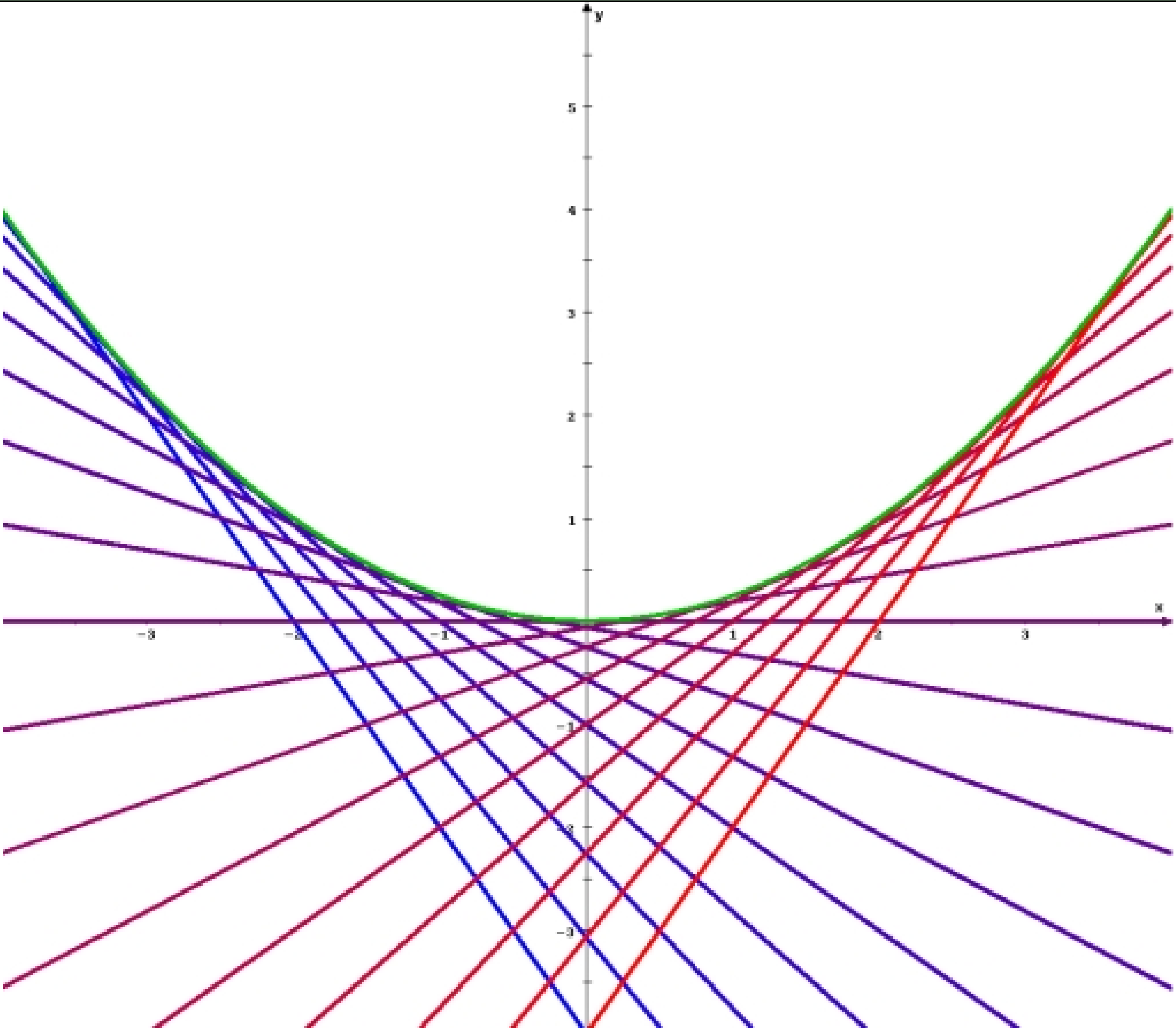
$f_{-0,25}(x) = (-0,25) \cdot x - (-0,25)^2 \quad D_f = \mathbb{R}$

$f_0(x) = 0 \cdot x - 0^2 \quad D_f = \mathbb{R}$

$f_{\sqrt{2}}(x) = \sqrt{2} \cdot x - (\sqrt{2})^2 \quad D_f = \mathbb{R}$



Eine schöne Fragestellung ist :
Wie finde ich die Funktionsgleichung der Hüllkurve ?



Vermutung : $H(x) = a \cdot x^2$

Lösung der Aufgabe mit DERIVE:

Algebra 2 Huellkurve_bei_linearen_Funktionen.dfw

Scharfunktion definieren

#1: $f(x, t) := t \cdot x - t^2$

Scharfunktionen auswählen

#2: VECTOR(f(x, t), t, -2, 2, 0.5)

Scharfunktionen explizit anzeigen lassen mit "Vereinfachen algebraisch"

#3: $$\left[-2 \cdot x - 4,\ -\frac{3 \cdot x}{2} - \frac{9}{4},\ -x - 1,\ -\frac{x}{2} - \frac{1}{4},\ 0,\ \frac{x}{2} - \frac{1}{4},\ x - 1,\ \frac{3 \cdot x}{2} - \frac{9}{4},\ 2 \cdot x - 4 \right]$$

Hüllfunktion definieren

#4: $H(x) := a \cdot x^2$

Da alle Funktionsgraphen Tangenten an die Hüllkurve sind, können sie auch nur einen Berührpunkt mit der Hüllkurve haben !

gleichsetzen:

#5: $H(x) = f(x, t)$

Gleichung explizit anzeigen lassen mit "Vereinfachen"

#6: $$a \cdot x^2 = t \cdot x - t^2$$

#7: SOLVE($a \cdot x^2 = t \cdot x - t^2$, x, Real)

#8: $$x = \frac{t}{2 \cdot a} - \frac{\sqrt{(1 - 4 \cdot a)} \cdot |t|}{2 \cdot a} \lor x = \frac{\sqrt{(1 - 4 \cdot a)} \cdot |t|}{2 \cdot a} + \frac{t}{2 \cdot a}$$

Genau eine Lösung, wenn $\sqrt{(1-4a)}=0$

#9: $\sqrt{(1 - 4 \cdot a)} = 0$

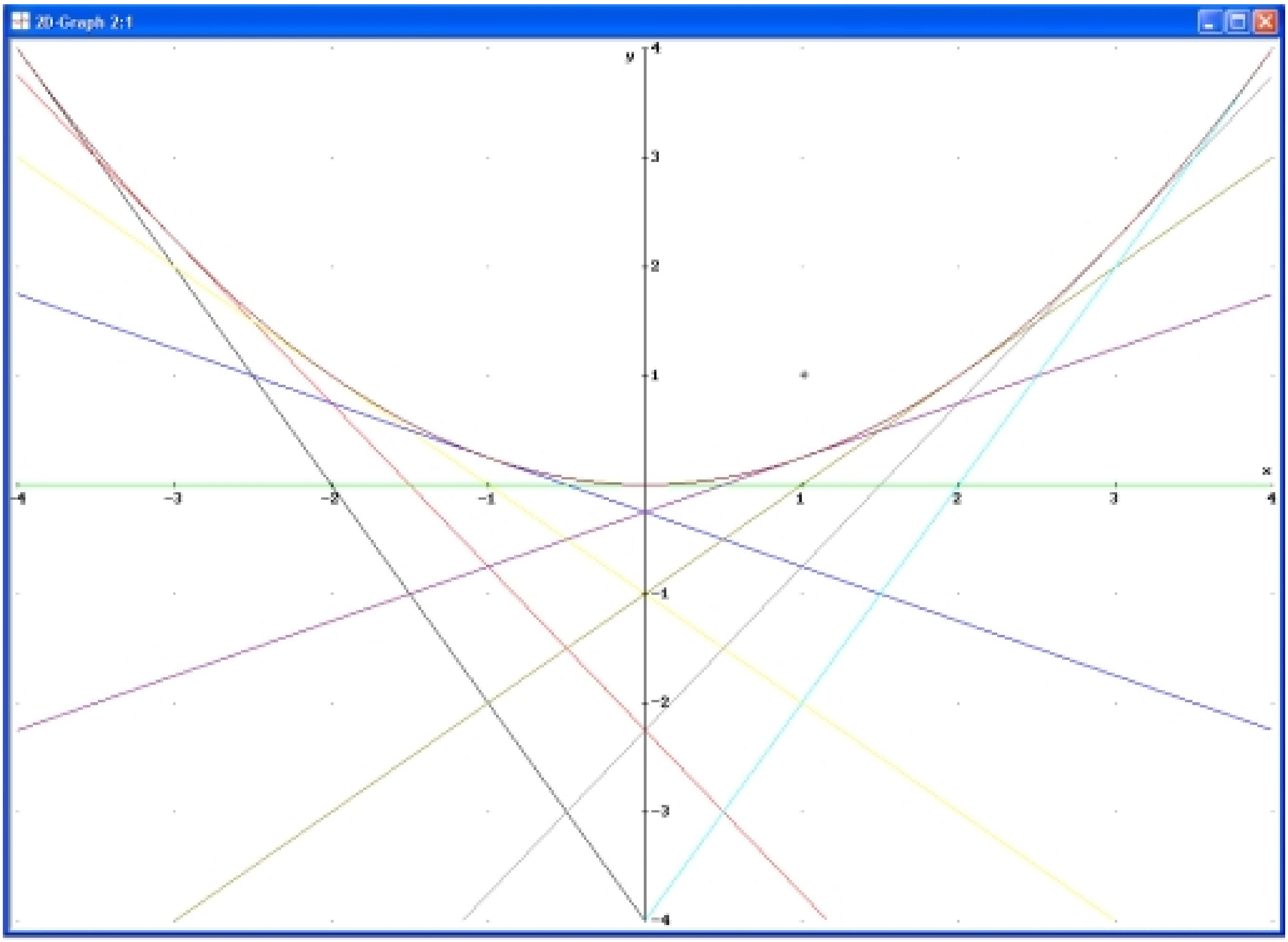
#10: NSOLVE($\sqrt{(1 - 4 \cdot a)} = 0$, a, Real)

Lösen mit "Lösen Ausdruck, Variable a, numerisch"

#11: $$a = 0.25$$

#12: $HH(x) := 0.25 \cdot x^2$

Hüllkurve zeichnen lassen !



Übungsaufgabe 1:

Gegeben ist die Funktionenschar $g_t(x) = -2 \cdot t \cdot x + t^2 + 1$

a) Zeichne die Schar für geeignete Parameter t

b) Bestimme die Hüllfunktion H(x)

c) Wo liegen die Nullstellen der Scharfunktionen in Abhängigkeit von t ?