Übungsaufgaben zur Kursarbeit

I) Thema Funktionen

1.1 Gib jeweils die maximale Definitionsmenge der Funktion an

$$f(x)=(x-1)^2 \qquad h(x)=\sqrt{x-3}$$

$$g(x)=\frac{1}{(x-1)^2} \qquad k(x)=\frac{1}{\sqrt{x-3}}$$

$$l(x)=\frac{\sqrt{x+10}}{x^2+2x+1}$$

1.2 Gib die Wertemenge der folgenden Funktionen an

$$f(x)=3x-2 \quad ; x\in\mathbb{R} \qquad g(x)=2-x^2 \quad ;x\in\mathbb{R}$$

$$h(x)=\sin(x) \quad ; x\in\mathbb{R} \qquad k(x)=[\sin(x)]^2 \quad ;x\in\mathbb{R}$$

$$l(x)=3^x \quad ;x\in\mathbb{R}$$

1.3 Erkläre die Begriffe Funktionsname, Funktionsterm, Funktionsgleichung, Definitionsmenge, Wertemenge, Funktion an einem selbst gewählten Beispiel

1.4 Wie lauten die Aussagen verbal ?

f(2)=3 ; f(-1)=0 ; f(10)<2 ; f(x)>0 für alle x ; $(5/-1)\in G_f$

II) Thema Lineare Funktionen

2.1 Durch $f_t(x)=-tx+t \quad D_{f_t}=\mathbb{R} \quad t\in\mathbb{R}$ ist eine Schar von Funktionen festgelegt.

a) Zeichne die Graphen zu f_0; $f_2;f_{-2};f_{0,5};f_{-0,5};f_{\sqrt{2}}$ in ein gemeinsames Koordinatensystem

b) Zeige, dass alle Graphen einen gemeinsamen Punkt besitzen

c) Für welche Funktion f_t verläuft der Graph durch den Punkt P(-2 | 3) ?

2.2 Erläutere, was man unter der Steigung einer Geraden versteht.

2.3 Was bedeuten die Aussagen

a) Die Steigung der Geraden beträgt 0,2

b) Die Steigung der Geraden beträgt 0

c) Die Steigung der Geraden beträgt $-\frac{3}{5}$

d) Die Steigung der Geraden beträgt 22%

e) Die Steigungswinkel der Geraden beträgt 42°
Wie groß ist in diesem Fall die Steigung ?

III) Thema ganzrationale Funktionen

3.1 Erkläre den Begriff „ganzrationale Funktion“
3.2 Erkläre den Begriff „Grad einer ganzrationale Funktion“

3.3 Welche Funktionen sind ganzrational ?
Gib jeweils eine Begründung !
Falls die Funktion ganzrational ist, gib jeweils den Grad an

$$f(x) = -\sqrt{2}x^4 - x^5$$
$$g(x) = 3x^5 - 6\sqrt{x}$$
$$h(x) = 3(x^2 - 2x)^2$$
$$k(x) = \frac{5x^2 - 3x^2}{x}$$

3.3 Woran erkennt man sofort, dass eine GRF
a) symmetrisch zur y-Achse ist ?
b) punktsymmetrisch zu (0/0) ist ?

3.4 Welches Verhalten für $x \to \pm\infty$ zeigen die folgenden Funktionen ?

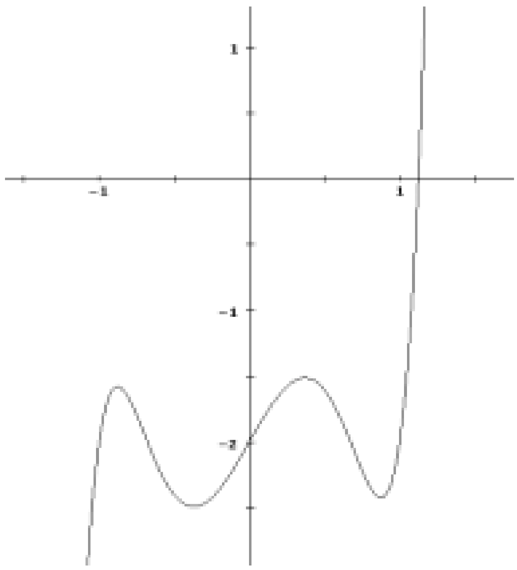
$f(x) = 3x - x^3$ $\quad g(x) = -2x^4 + 1000x^3$ $\quad h(x) = (2x-1)^4 + 22$

$k(x) = x(x-2)(x+3)^2$

3.4 Welchen Grad hat die GRF f , deren

Graph die nebenstehende Form hat ?

Die Antwort ist korrekt zu begründen!



3.5 Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 + 2x^2 - 17x + 6$; $D_f = \mathbb{R}$
a) Bestimme die Nullstellen der Funktion
b) Bestimme das Verhalten für $x \to \pm\infty$
c) Bestimme den y-Achsenabschnitt
c) Skizziere mit diesen Angaben den Graph zu f

3.6 Führe die Polynomdivisionen aus :

$$(4x^3 - 4x^2 - 25x + 20) : (2x - 1)$$

$$(a^4 - 1) : (a - 1)$$

IV) Thema Differenzierbarkeit - Ableitung

4.1 Erkläre folgende Aussagen:
- a) die Funktion f(x) ist an der Stelle x=2 differenzierbar
- b) $f'(2) = 3$
- c) $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(7+h) - f(7)}{h} = -\sqrt{2}$
- d) f besitzt an der Stelle x=3 keine Ableitung

4.2 Zeige, dass die Funktion $f(x)=3x^2-1$ an jeder Stelle x differenzierbar ist.

4.3 Zeige, dass für $g(x) = \frac{3}{x}$; $D_g = \mathbb{R}^+$

die Ableitungsfunktion $g'(x) = -\frac{3}{x^2}$; $D_g = \mathbb{R}^+$ ist.

4.1 Sizziere den Verlauf von $f(x) = 2^x$ $D_f = \mathbb{R}$

- a) Bestimme Näherungsweise die Steigung der Tangente an der Stelle x=0 indem du den Wert des Differenzenquotienten für h=0,001 (h=0,000001) berechnest.
- b) Wie lautet dann näherungsweise Funktionsgleichung der Tangente ?

4.2 Bestimme die Ableitungen :

$$f(x) = 3x^5 - 5x + 3$$

$$g(x) = x^7 + \sqrt{x}$$

$$h(x) = -\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^2} - \frac{5}{x}$$