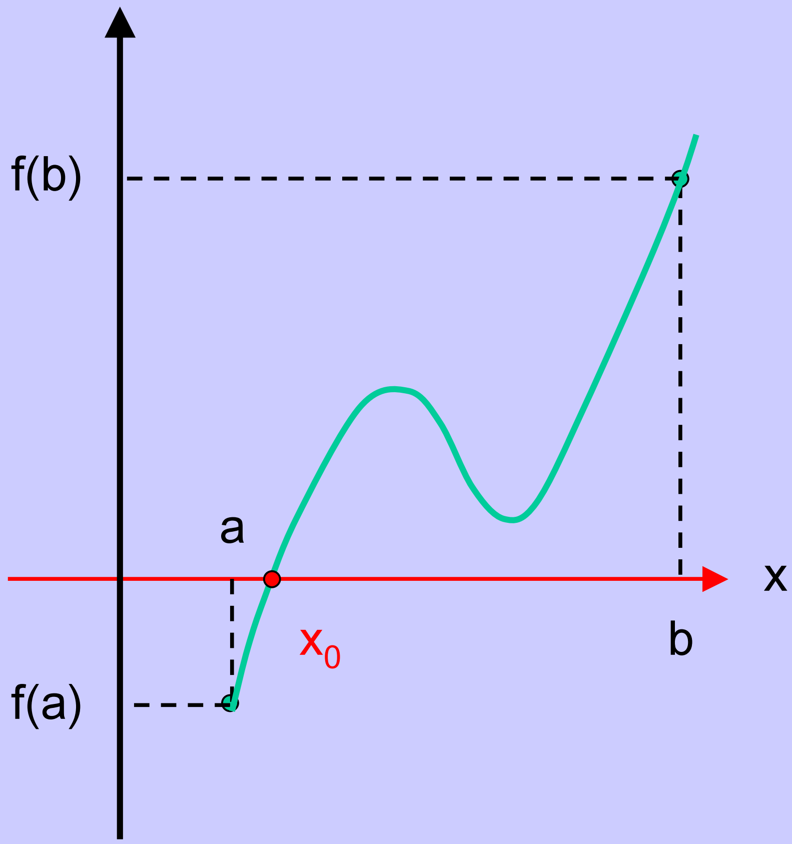
Der Nullstellensatz

- Für alle in einem abgeschlossenen Intervall [a;b] stetigen Funktionen f gilt: Ist $f(a)\cdot f(b)<0$, dann gibt es ein $x_0 \in\ ]a;b[$ mit $f(x_0)=0$.



Bemerkung:

$$f(a)\cdot f(b)<0$$
$$\Leftrightarrow (f(a)<0 \wedge f(b)>0) \vee (f(a)>0 \wedge f(b)<0)$$

Natürlich können auch noch weitere Nullstellen in]a;b[liegen. Es gibt aber in jedem Fall mindestens eine NST

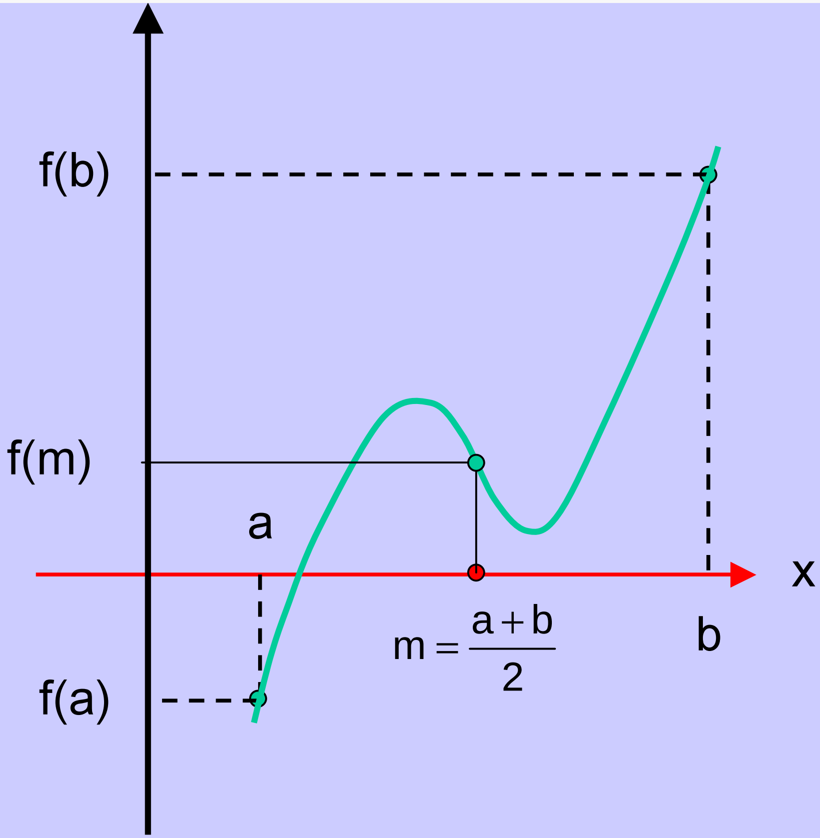
Bestimmung der Nullstelle

Bestimme die
Intervallmitte m

Falls f(m)=0 fertig!
Intervallmitte m

Falls f(m)>0
setze b:=m

Falls f(m)<0
setze a:=m



Iterative Bestimmung der Nullstelle

- Festlegung der Intervallgrenzen a und b;

- Prüfung, ob sich im Intervall eine Nullstelle befinden kann.
  Falls $f(a) \cdot f(b) < 0$ ist eine NST zu erwarten, falls f auf dem Intervall [a;b] stetig ist

- Wenn ja, bestimme $m = \frac{a+b}{2}$ und den

  dazugehörigen Funktionswertes $f(m)$;

- Ist $|f(m)| < \varepsilon$ dann wird *m* ausgegeben und der Algorithmus beendet.

Iterative Bestimmung der Nullstelle

- Ist das nicht der Fall, so wird geprüft, in welchem Teilintervall [a;m] bzw. [m;b] sich die Nullstelle befindet. Das ist jetzt das neue Startintervall.

- Mit diesem neuen Intervall wird der Algorithmus ab Schritt 3 wiederholt