Lösungen zu den Aufgaben Teil 2

Doppelwurf mit idealen Würfeln. Beobachtet wird, ob die Augensumme eine Primzahl ist. (Die Reihenfolge interessiert uns nicht.)

Hier gibt es mehrere passende Augenkombinationen:

zwei Einsen
eine Eins, eine Zwei
eine Eins, eine Vier
eine Eins, eine Sechs

Aufgabe 4.1: Vervollständige diese Liste!

zwei Einsen
eine Eins, eine Zwei
eine Eins, eine Vier
eine Zwei, eine Drei
eine Eins, eine Sechs
eine Zwei, eine Fünf
eine Drei, eine Vier
eine Fünf, eine Sechs

(a) Wie viel Elemente enthält sie?   #L=8

(b) Wie viel Elemente hat S? $S = \{prim; \overline{prim}\}$ #S=2

(c) Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Augenkombinationen?

P(zwei Einsen)=$\frac{1}{36}$ P(eine Eins, eine Zwei)=…P(eine Fünf, eine Sechs)= $\frac{2}{36}$

(d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, als Augensumme eine Primzahl zu erhalten?

$$p(prim) = \frac{1}{36} + 7 \cdot \frac{2}{36} = \frac{15}{36} \;\; ; \; p(\overline{prim}) = \frac{21}{36}$$

Aufgabe 4.2: Formuliere die Gegenereignisse von E:

(a) Zufallsversuch: 5 mal nacheinander würfeln, die Augenzahlen der Reihe nach aufschreiben.
E: „Es kommt keine 6 vor."
$\overline{E}$: Es kommt mindestens eine 6 vor"

(b) Zufallsversuch: 30 zufällig vorbeikommende Passanten nach ihrem Geburtstag (tt.mm) fragen.
Ergebnisse: die 30-tupel der Geburtstage(tt.mm)
E: „Alle haben an verschiedenen Tagen Geburtstag"
$\overline{E}$:„Mindestens zwei haben an einem gleichen Tag (tt.mm) Geburtstag"

Aufgabe 4.3: Aus einer Urne mit 50 gleichartigen Kugeln wird nach einem Zufallsverfahren eine gezogen. Die Kugeln tragen die Nummern 1, 2, ... , 50.
Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E:

„Die Nummer auf der gezogenen Kugel ist eine Primzahl.“

S ={1,2,…………49,50}   E ={2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43}   #E=15

P(E)= $\frac{15}{50} = \frac{3}{10} = 30\%$

Aufgabe 4.4: Für einen gezinkten Würfel hat man (durch eine umfangreiche Versuchsserie) die folgenden Schätzwerte für die Wahrscheinlichkeiten ermittelt:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit	0,21	0,15	0,13	0,20	0,19	0,12

Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt das Ereignis E: „Augenzahl gerade“ ein? Schreibe E auch als Menge auf !

E ={2,4,6} P(E)=P(2)+P(4)+P(6)=0,15+0,2+0,12=0,47

Aufgabe 4.5: Der gezinkte Würfel aus Aufgabe 4.4 wird 5 mal nacheinander geworfen, die Augenzahlen werden der Reihe nach notiert. Die Ergebnisse dieses Zufallsversuchs sind also 5-tupel der natürlichen Zahlen von 1 bis 6.

(a) Wie viel Ergebnisse gehören zu dem Ereignis E: „Es kommt keine 6 vor“?
#E=5^5=3125

(b) Wie wahrscheinlich ist das Ereignis E?
5-stufiger Bernoulli-Versuch mit p=0,88

P(E)=P(X=5)= $\binom{5}{5} \cdot 0{,}88^5 \cdot 0{,}12^0 \approx 0{,}528 = 52{,}8\%$