Aufgabe Analysis AN07

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \ln \frac{-1}{1+x}$

7.1 Ermitteln Sie den maximalen Definitionsbereiche D_f und die Nullstelle(n) der Funktionen f . Analysieren Sie das Verhalten von f an den Rändern von D_f

7.2 Untersuchen Sie das Monotonieverhalten von f

7.3 Zeigen Sie, dass f eine Umkehrfunktion $\overline{f}$ besitzt. Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Funktionsgleichung von $\overline{f}$.

7.4 Skizzieren Sie die Graphen zu f und $\overline{f}$ unter Verwendung aller bisheriger Ergebnisse in ein gemeinsames Koordinatensystem (Zeichnen Sie insbesondere alle Asymptoten und die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen ein!)

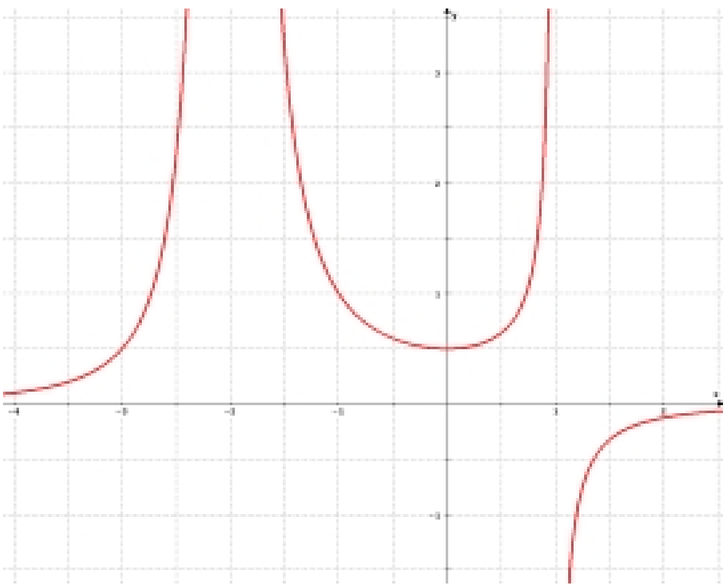
7.5 Der Graph G_f , die x-Achse und die Gerade mit der Gleichung $x = -1$ schließen im zweiten Quadranten ein bis ins unendlich erstreckte Fläche ein. Zeigen Sie, dass diese Fläche eine endliche Flächenmaßzahl besitzt.

7.6 Es sei g eine in ganz $\mathbb{R}$ differenzierbare Funktion mit dem Graphen G_g. Die Abbildung zeigt den Graphen G_u der in $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ definierten Funktion u mit

$u(x) = \frac{1}{g(x)}$

Die x-Achse und die Geraden mit x=-2 und x=1 sind Asymptoten dieses Graphen.

Zur Bearbeitung der folgenden Aufgaben können Werte aus der Abbildung näherungsweise abgelesen werden.

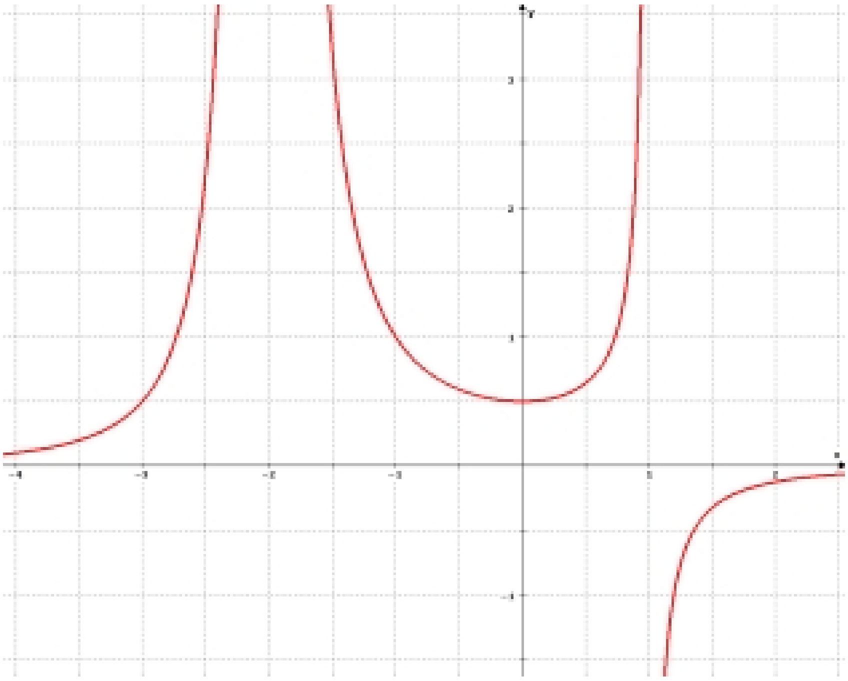


a) Geben Sie die Nullstellen von g an. Geben Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von

G_g und G_u an

b) Begründen Sie, dass $g'(-2) = 0$ und $g'(0) = 0$ gilt.

c) Zeigen Sie, dass für alle Schnittpunkte von G_g mit G_u gilt: $g'(x) = -u'(x)$
Ermitteln Sie $g'(-1)$ indem Sie $u'(-1)$ möglichst genau aus der Zeichnung ablesen.



d) Geben Sie g(0) an. Skizzieren Sie dann den Graphen G_g in das folgende Diagramm