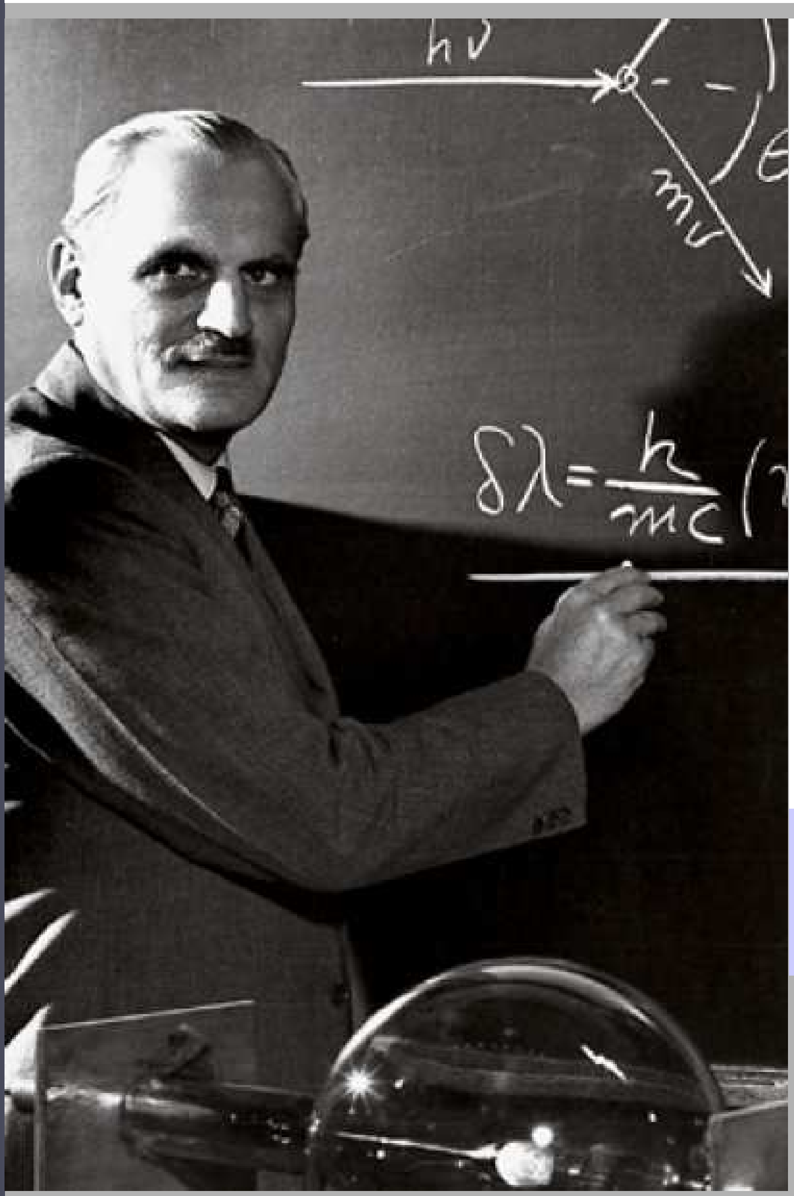
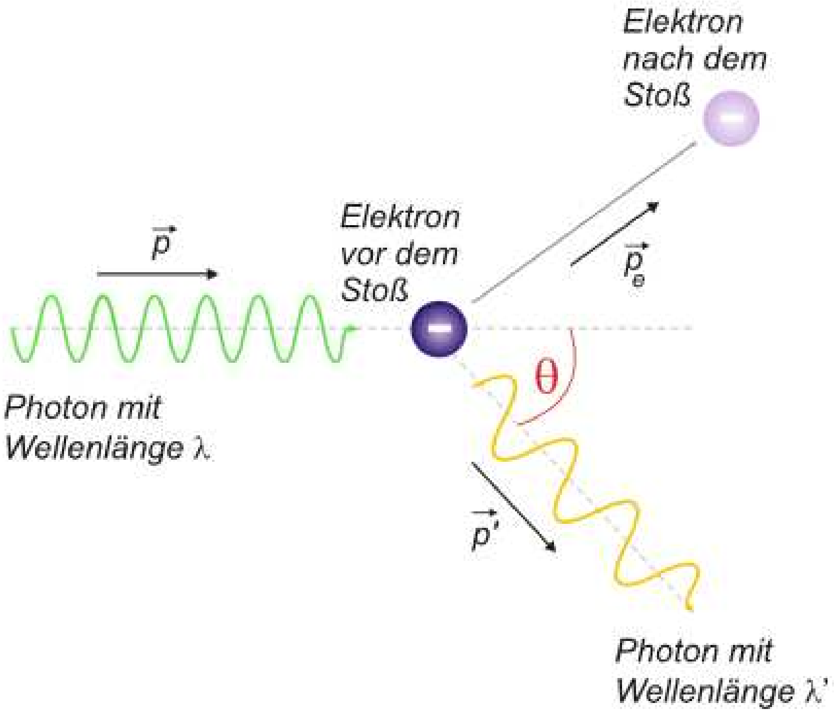
Der Comptoneffekt

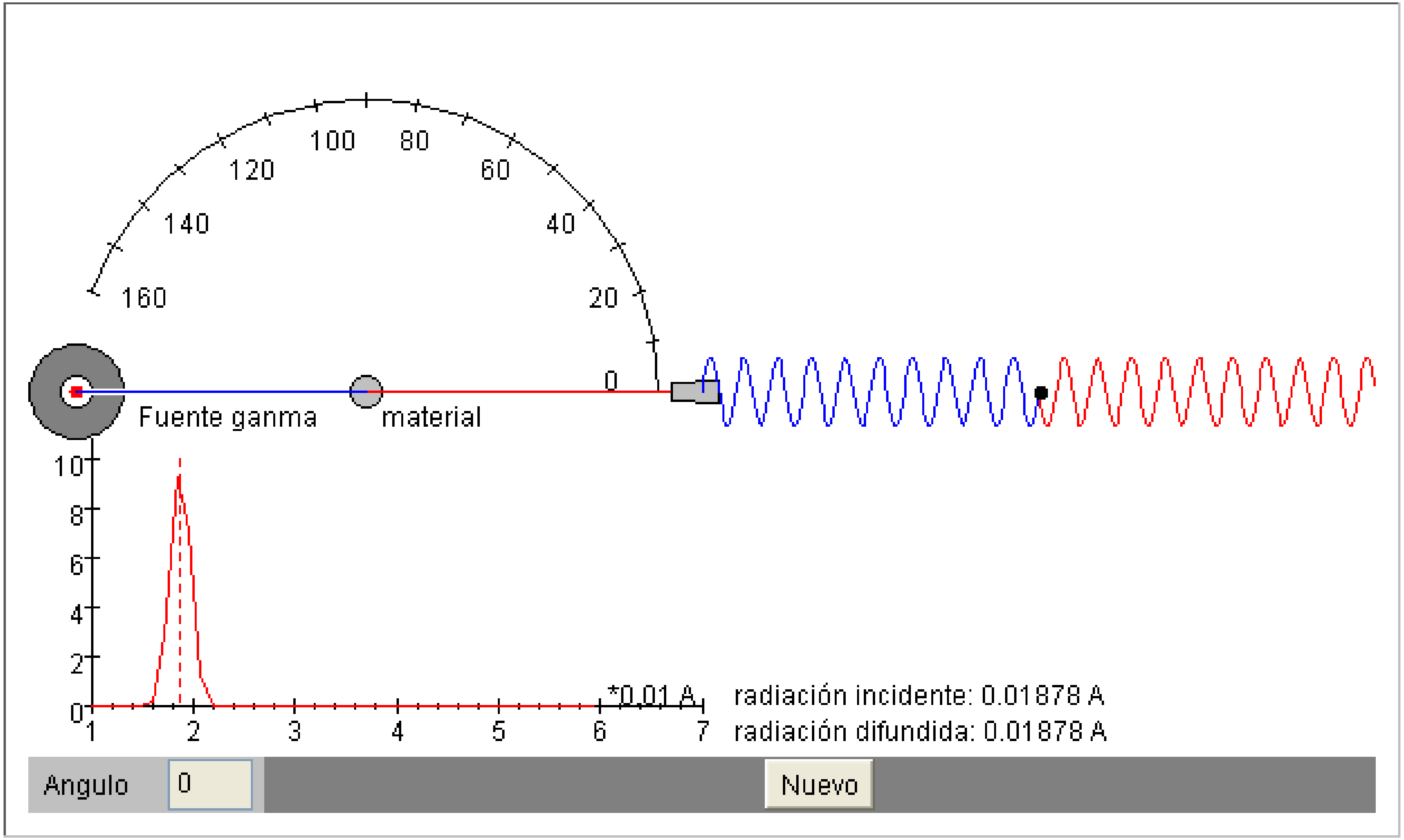




Streuung von Röntgenlicht an quasi freien Elektronen

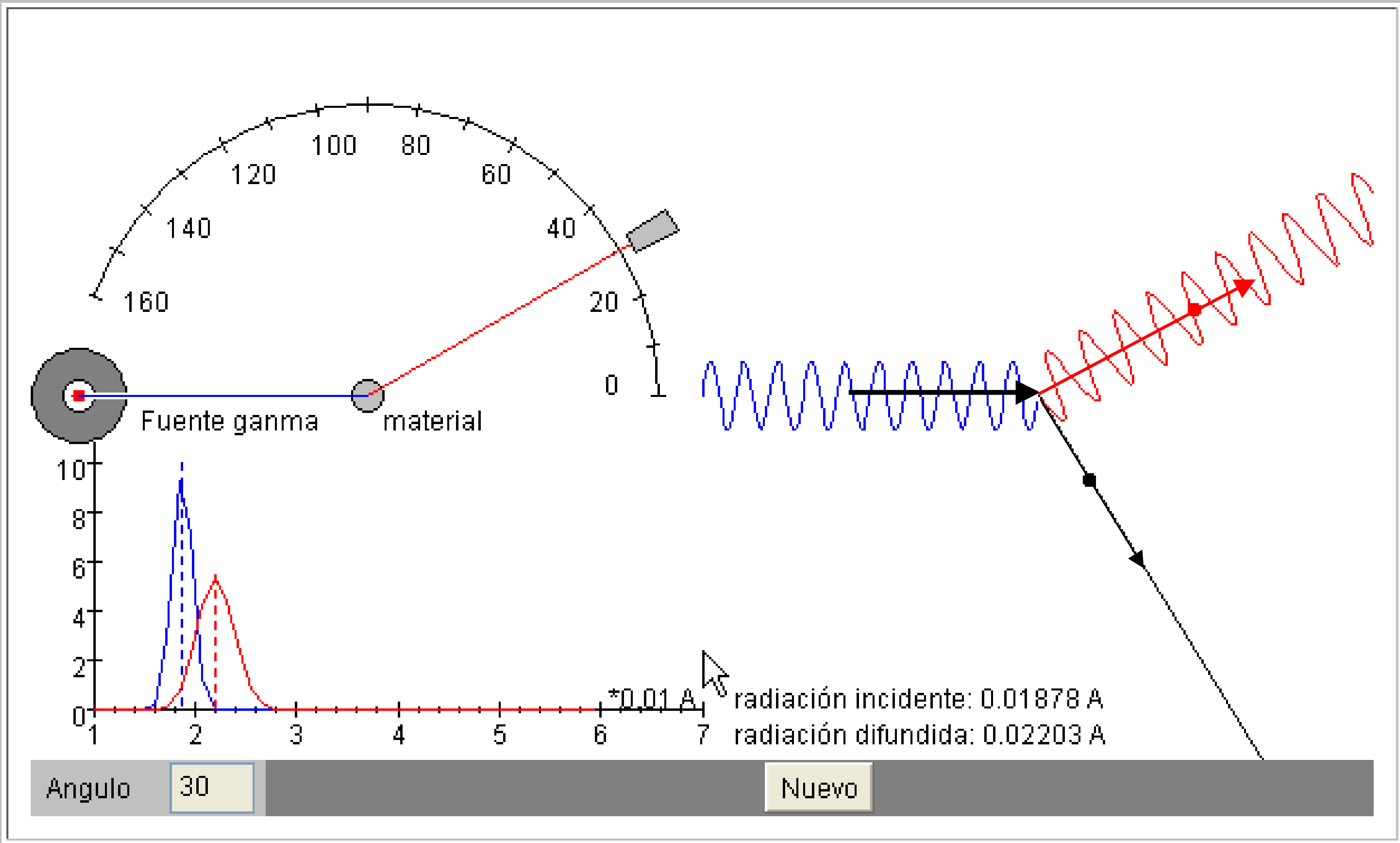
Comptoneffekt θ=0°

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/compton/Compton.htm

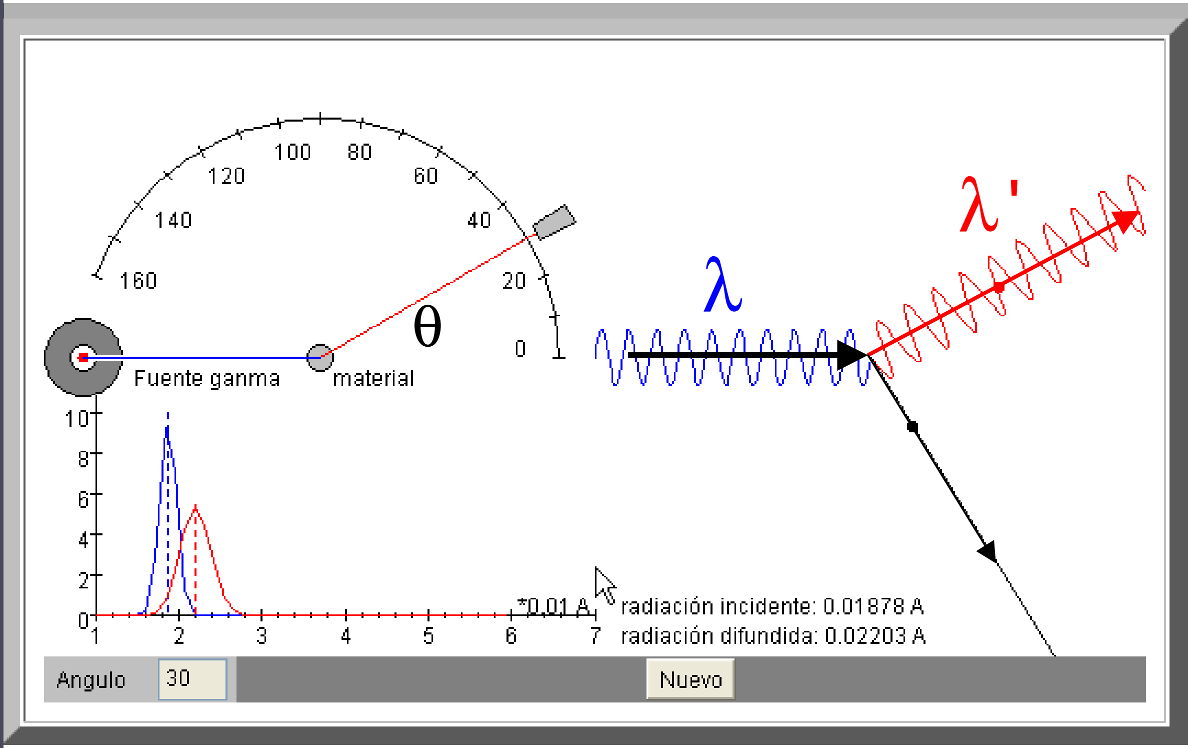


Comptoneffekt θ=30°

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/compton/Compton.htm



Ergebnis 1

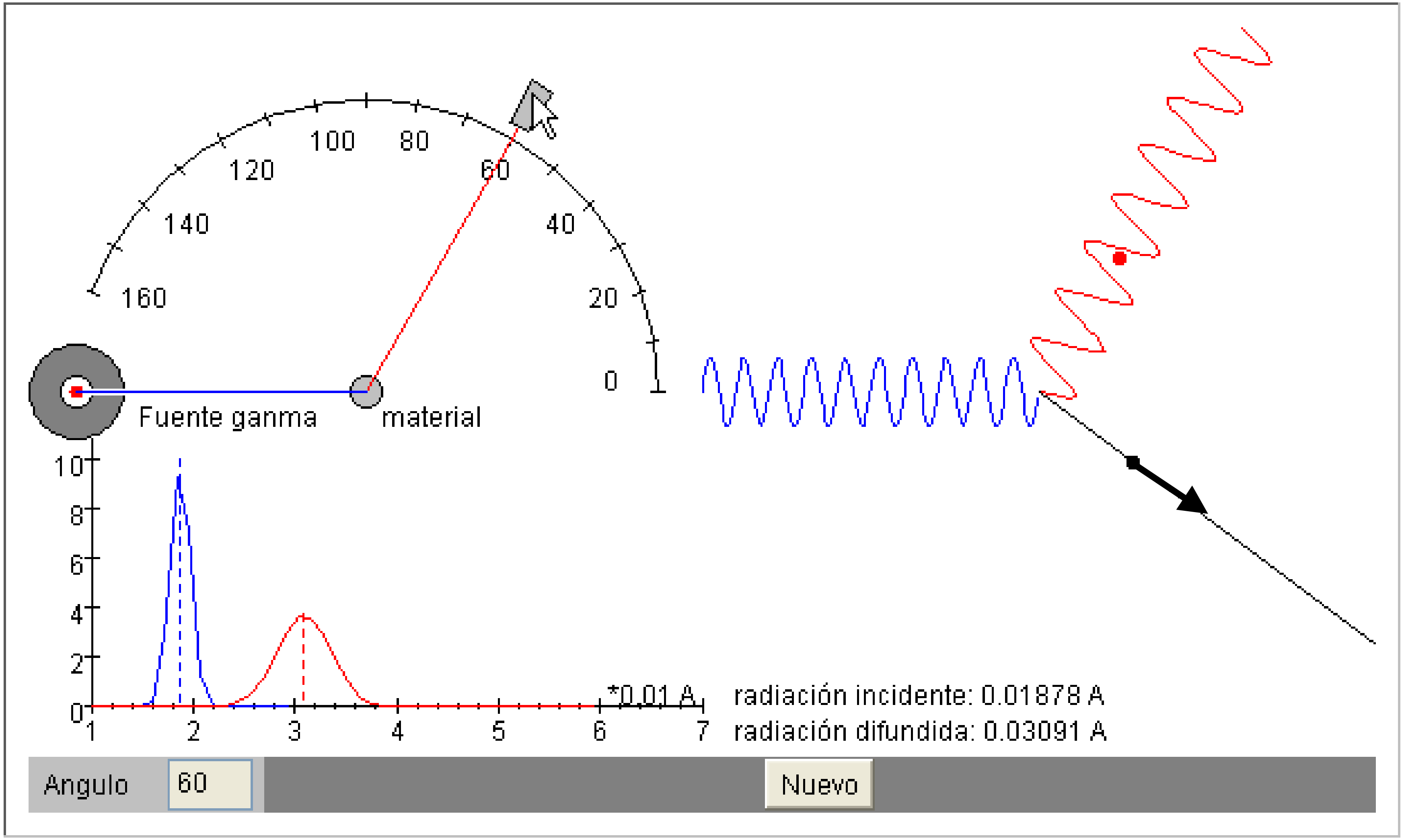


Für Streuwinkel $\theta > 0°$ tritt neben der Primärstrahlung λ noch eine langwelligere Streustrahlung λ' auf.

Die Energie des einfallenden Photons ist viel größer als die Bindungsenergie der Elektronen, daher können die Elektronen als quasi frei angesehen werden.

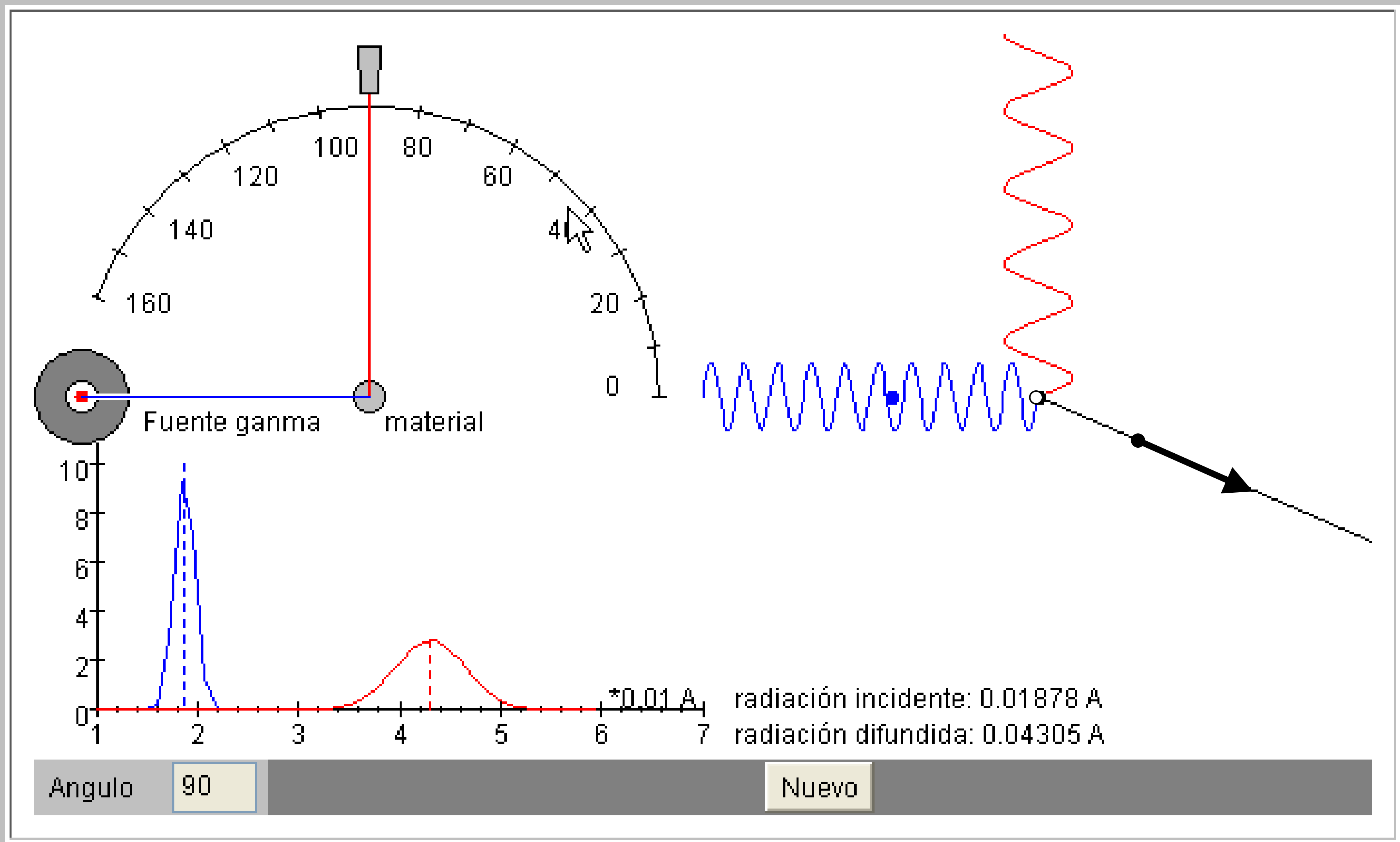
Comptoneffekt θ=60°

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/compton/Compton.htm



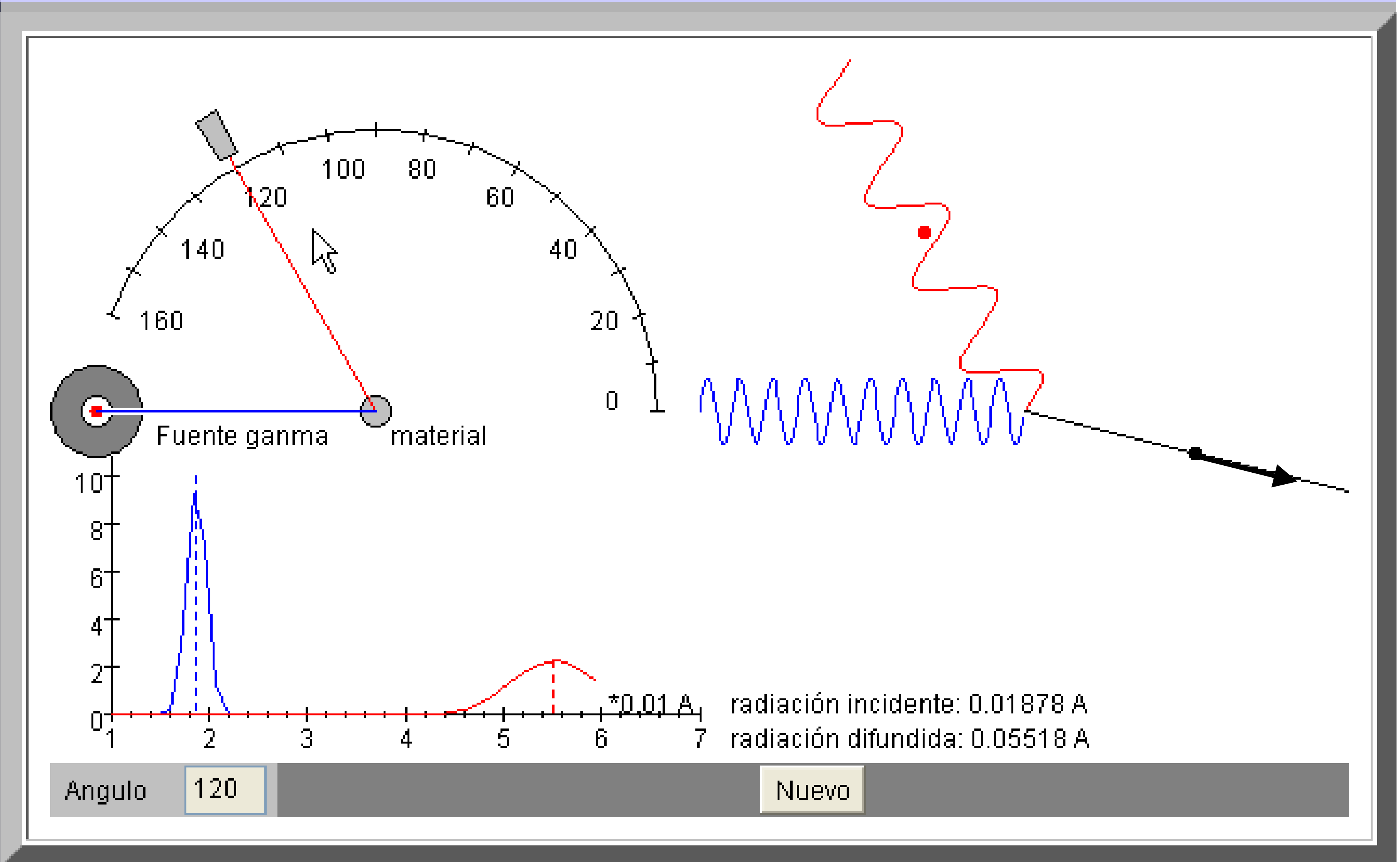
Comptoneffekt θ=90°

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/compton/Compton.htm



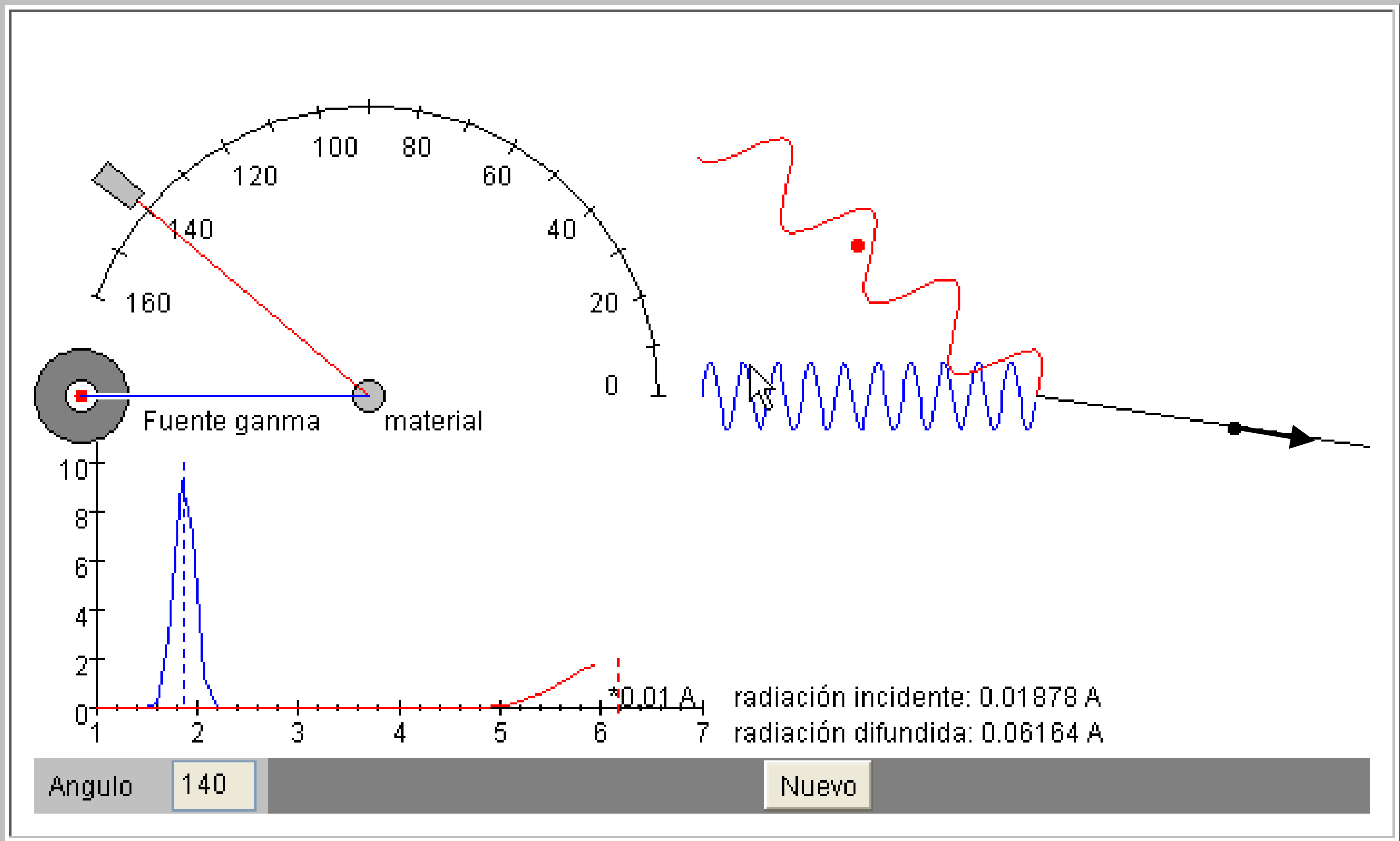
Comptoneffekt θ=120°

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/compton/Compton.htm

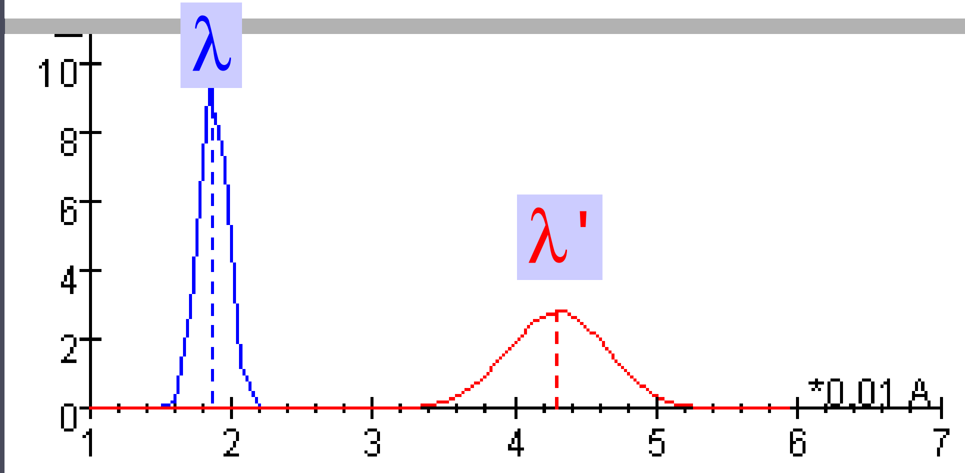


Comptoneffekt θ=140°

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/compton/Compton.htm



Ergebnis 2



θ λ' λ

$\Delta\lambda$

Die Wellenlängenverschiebung $\Delta\lambda$ hängt nur vom Streuwinkel θ ab

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c \cdot (1 - \cos\theta)$$

Dabei ist

$$\lambda_c = \frac{h}{m_{e0} \cdot c} \approx 2{,}462 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}$$

die Comptonwellenlänge des Elektrons

Interpretation der Ergebnisse

$\Delta\lambda$ wird maximal für θ=180° (Rückwärtsstreuung): $\Delta\lambda_{max} = 2\lambda_c$

Ein Photon mit der Comptonwellenlänge λ_c hat die Energie

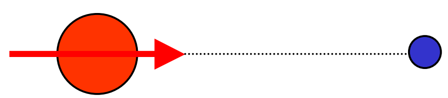
$E = h \cdot \frac{c}{\lambda_c} = m_{e0} \cdot c^2 \approx 0{,}511\,\text{MeV}$, die der Ruheenergie des Elektrons entspricht.

In der klassischen Mechanik ist der Energieübertrag am größten, wenn die Masse der beiden Stoßpartner übereinstimmt. Auch hier ist bei $E_{ph}=m_{e0}c^2$ der Energieübertrag maximal in Übereistimmung mit der klassischen Physik.

Interpretation der Ergebnisse

Wenn man den Stoßprozess klassisch als Stoß eines Photons mit einem ruhenden Elektron betrachtet, dann ergibt sich folgender Sachverhalt:

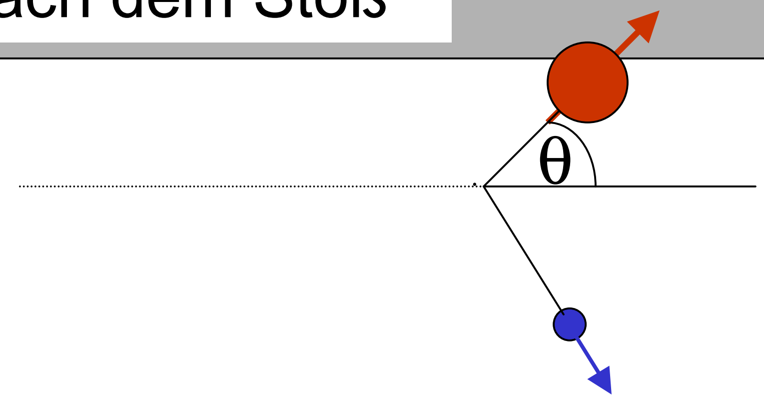
Vor dem Stoß



$$E_{Ph} = h \cdot f \qquad E_{El} = m_{e0} c^2$$

$$\vec{P}_{Ph} = \frac{\vec{hf}}{c} \qquad \vec{P}_{El} = \vec{0}$$

Nach dem Stoß



$$E'_{Ph} = h \cdot f' \qquad E'_{El} = m_e c^2$$

$$\vec{P}'_{Ph} = \frac{\vec{hf'}}{c} \qquad \vec{P}_{El} = m_e \cdot \vec{v'}_{El}$$

Theoretische Herleitung

aus www.lehrportal.de

Relativistische Betrachtung des Compton-Effekts:

Der Impuls von relativistischen Teilchen ist bekannt:

$$p = \frac{h \cdot \nu}{c}$$

Setzt man für die Energie $E = h \cdot \nu$, so ergibt sich für die Energie des Photons:

$$E = p \cdot c$$

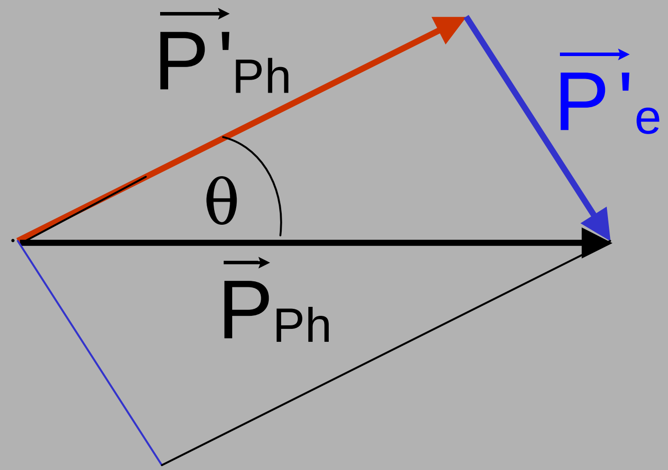
Der Impuls des Photons $\vec{p}$ teilt sich während des Stoßes in den Impuls des Photons nach dem Stoß $\vec{p'}$ und den Impuls des Elektrons $\vec{p_e}$ auf. Das bedeutet für die Impulserhaltung:

$$\vec{p} = \vec{p'} + \vec{p_e}$$

Theoretische Herleitung

Energieerhaltungssatz: $h \cdot f + m_{e0} c^2 = h \cdot f' + m_e c^2$

Impulserhaltungssatz: $\dfrac{\overrightarrow{hf}}{c} + \vec{0} = \dfrac{\overrightarrow{hf'}}{c} + m_e \overrightarrow{v_e'}$



Kosinussatz:

$$P'^2_e = P^2_{Ph} + P'^2_{Ph} - 2P_{Ph}P'_{Ph} \cdot \cos\theta$$

Theoretische Herleitung

Es folgt für den Impuls des Elektrons:

$$P'^2_e = P^2_{Ph} + P'^2_{Ph} - 2P_{Ph}P'_{Ph} \cdot \cos\theta$$

Die Energie des Elektrons vor dem Stoß beträgt $E = m_e c^2$ mit der Ruhemasse m_e des Elektrons. Nach dem Stoß ändert sie sich durch den Impulsübertrag zu $(m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2)^{1/2}$. Diese Beziehungen sind Teil der Mechanik - Vorlesung und werden als bekannt vorausgesetzt.

Somit besagt die Energieerhaltung:

$$h \cdot \nu + m_e c^2 = h \cdot \nu' + (m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2)^{1/2}$$

Durch Umstellen erhält man:

$$m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2 = (h \cdot \nu - h \cdot \nu' + m_e c^2)^2 = (h \cdot \nu - h \cdot \nu')^2 + 2mc^2(h \cdot \nu - h \cdot \nu') + m_e^2 c^4$$

Theoretische Herleitung

Somit können wir das Quadrat des Elektronenimpulses umschreiben zu

$$p_e^2 = \left(\frac{h\cdot\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\cdot\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h\cdot\nu}{c}\cdot\frac{h\cdot\nu'}{c}\cos\theta$$

θ beschreibt dabei den Winkel, unter welchem das Photon durch das Zusammentreffen mit dem Elektron gestreut wird.

Multiplizieren mit c^2 ergibt

$$p_e^2 c^2 = (h\cdot\nu - h\cdot\nu')^2 + 2(h\cdot\nu)(h\cdot\nu')(1-\cos\theta)$$

Ersetzt man nun ν und ν' durch $\frac{c}{\lambda}$ bzw. $\frac{c}{\lambda'}$, so kann man nach der Wellenlängendifferenz umstellen:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c \cdot (1-\cos\theta)$$

Theoretische Herleitung