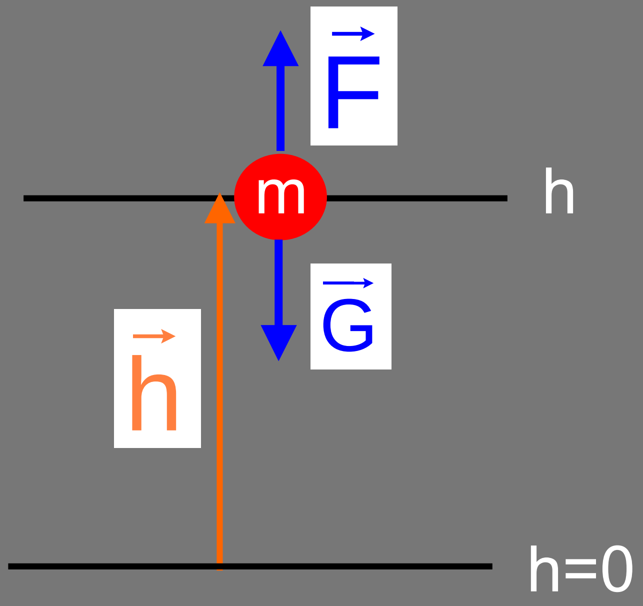
Potentielle Energie im Gravitationsfeld



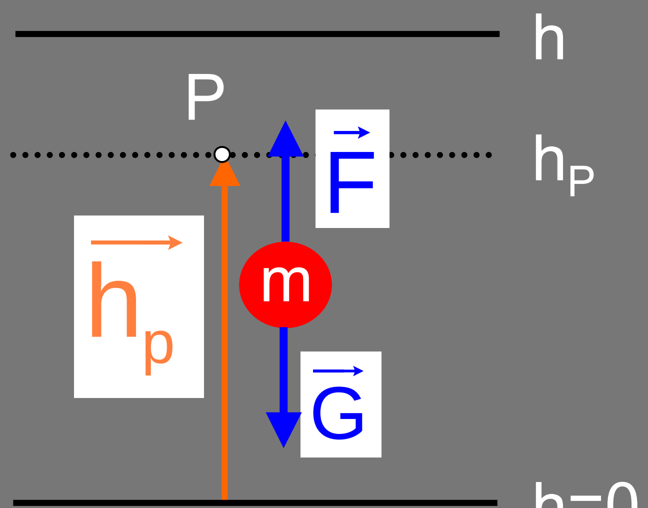
$$W = \vec{F}\cdot\vec{h} = F\cdot h\cdot\cos(\sphericalangle(\vec{F};\vec{h}))$$
$$= G\cdot h = m\cdot g\cdot h$$

$$\vec{G} = m\cdot\vec{g}$$

$$\vec{g} = \frac{\vec{G}}{m}$$

Gravitationsbeschleunigung oder Gravitationsfeldstärke

Potential im Gravitationsfeld



$$W_{0\to h_P} = \vec{F}\cdot\vec{h}_p = F\cdot h_P$$
$$= G\cdot h_P = m\cdot g\cdot h_P$$

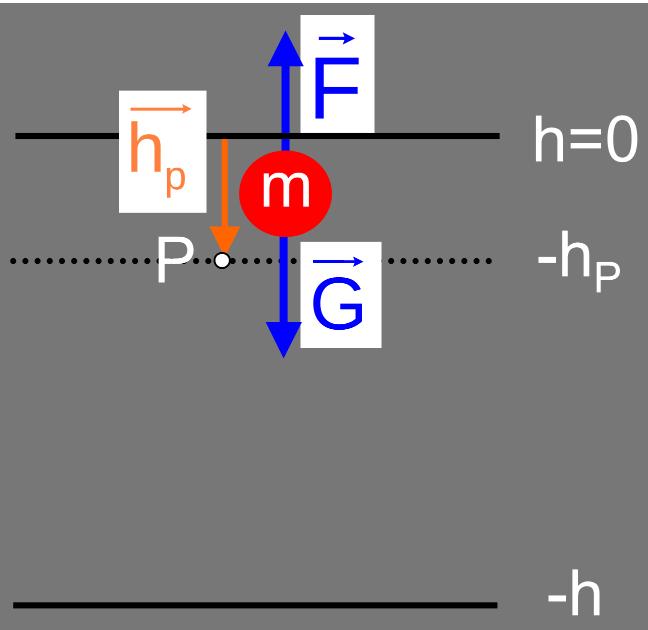
Definition:

$$\varphi(h_p) = \frac{W_{0\to h_p}}{m} = \frac{m\cdot g\cdot h_P}{m}$$
$$= g\cdot h_P$$

heißt Potential des Punktes P im Gravitationsfeld bzgl. des „Nullpotentials“ P_0 bei h=0

Muss Arbeit aufgebracht werden, um die Masse m zum Punkt P zu bringen, dann ist $\varphi > 0$

Potential im Gravitationsfeld



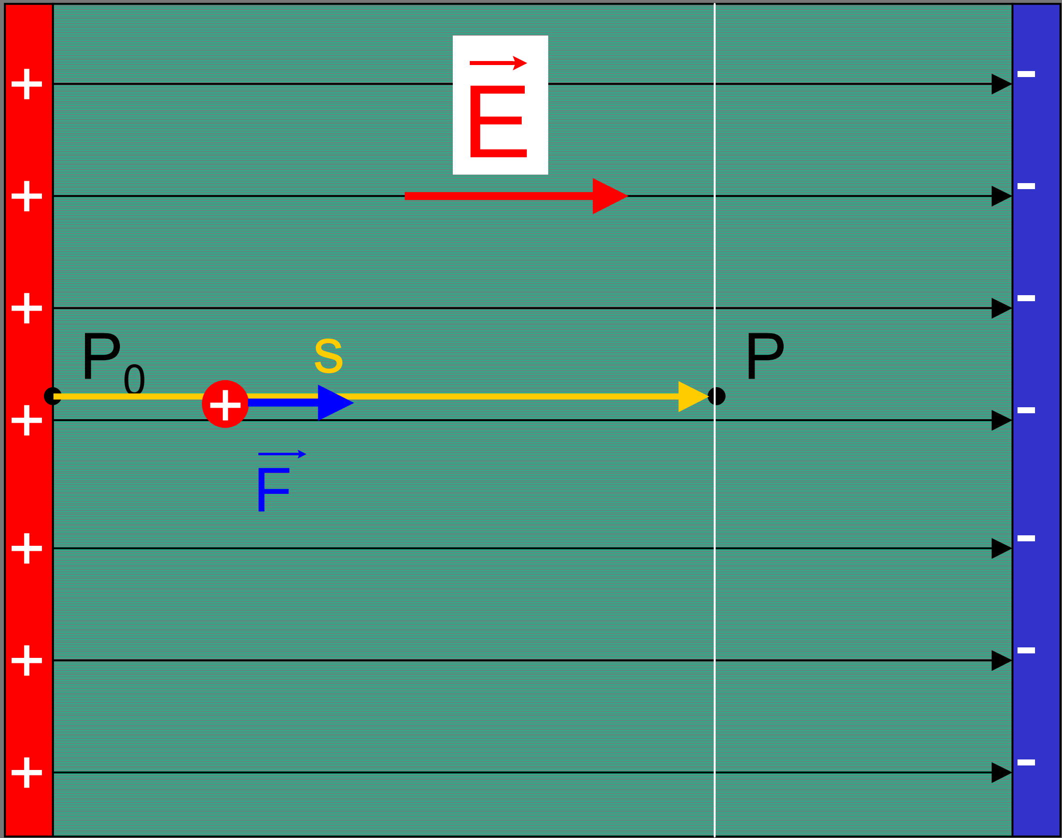
$$W_{0\to h_P} = \vec{F}\cdot\vec{h}_p = -F\cdot h_P$$
$$= -G\cdot h_P = -m\cdot g\cdot h_P$$

$$\varphi(-h_p) = \frac{W_{0\to -h_p}}{m} = -\frac{m\cdot g\cdot h_P}{m}$$
$$= -g\cdot h_P$$

Wird Arbeit frei, wenn die Masse m zum Punkt P gebracht wird, dann ist

$$\varphi < 0$$

Arbeit im homogenen Elektrischen Feld



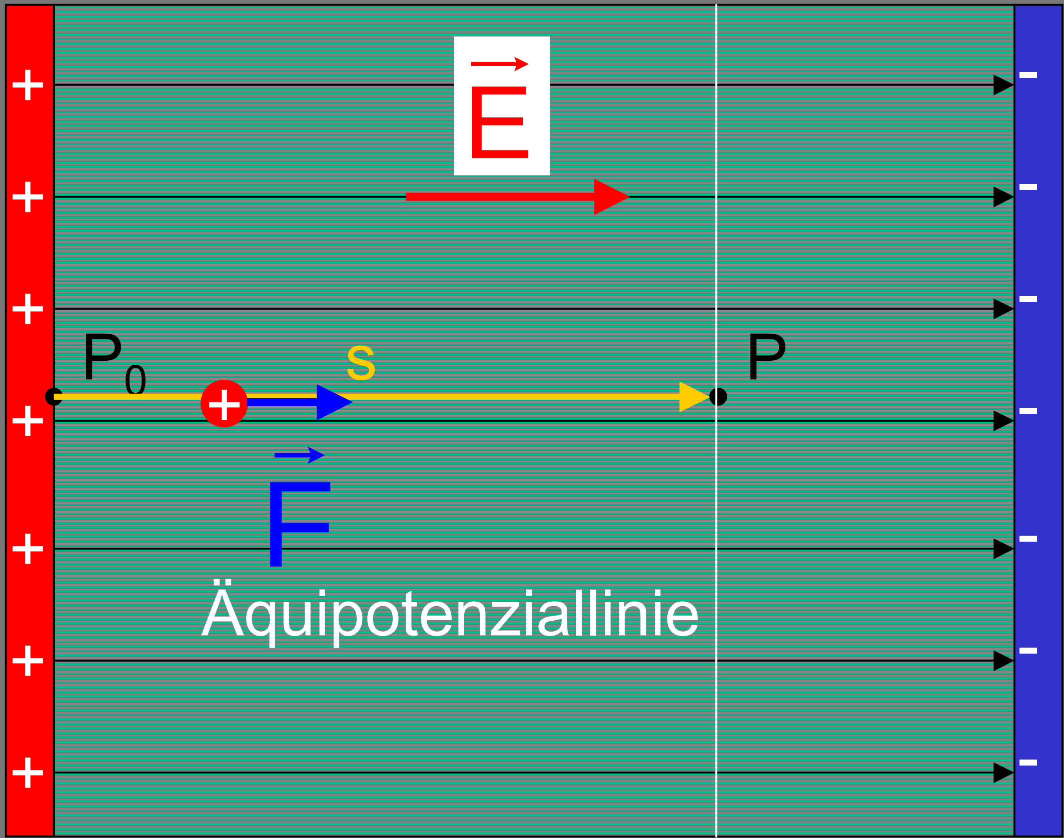
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{+q}$$

$$\vec{F} = +q \cdot \vec{E}$$

$$W_{P_0 \to P} = -\vec{F} \cdot \vec{s} = -F \cdot s \cdot \cos(\sphericalangle(\vec{F};\vec{s}))$$

$$= -F \cdot s = -q \cdot E \cdot s$$

Potenzial im homogenen Elektrischen Feld



$$W_{P_0 \to P} = -\vec{F} \cdot \vec{s} = -F \cdot s \cdot \cos(\sphericalangle(\vec{F};\vec{s}))$$
$$= -F \cdot s = -q \cdot E \cdot s$$

Definition:

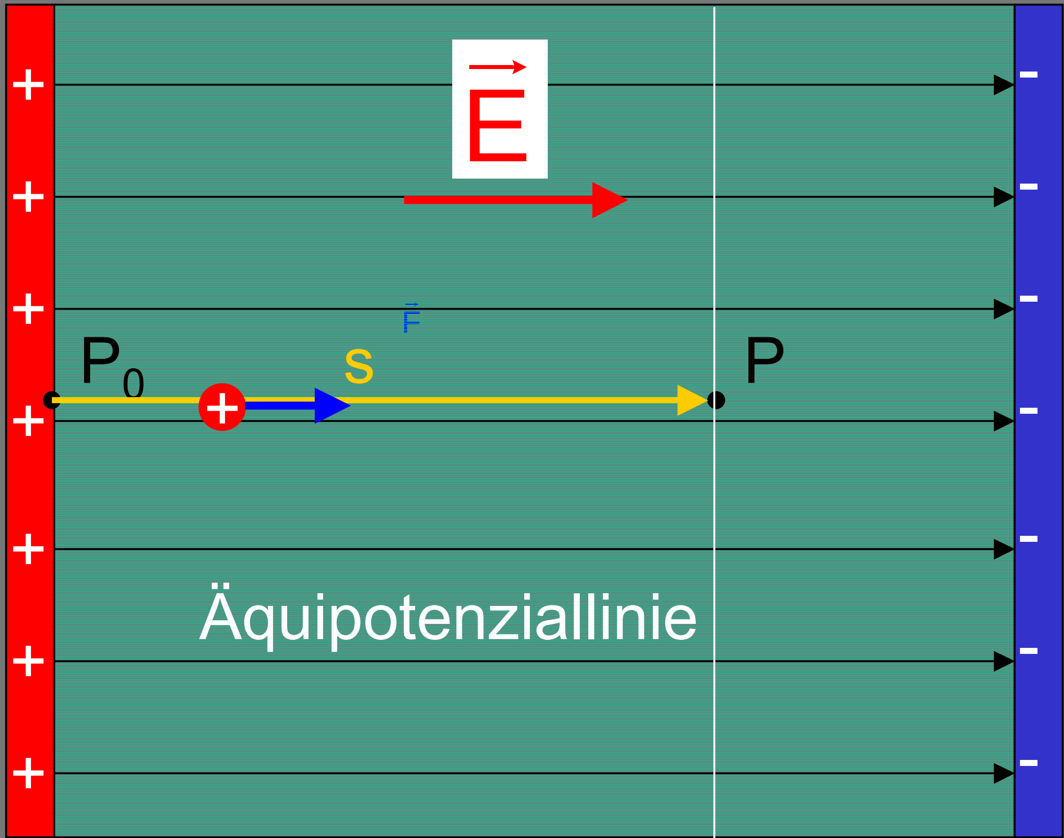
$$\varphi(P) = \frac{W_{P_0 \to P}}{q} = -E \cdot s$$

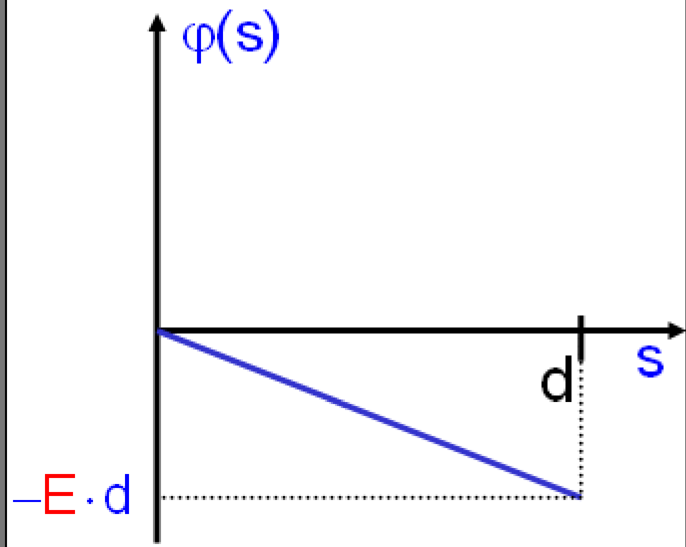
heißt Potential des Punktes P im elektrischen Feld bzgl. des „Nullpotentials“ P_0

$$[\varphi] = 1\frac{Nm}{C} = 1\frac{Nm}{As} = 1 Volt$$

Jeder Punkt im el. Feld besitzt ein eindeutiges Potenzial

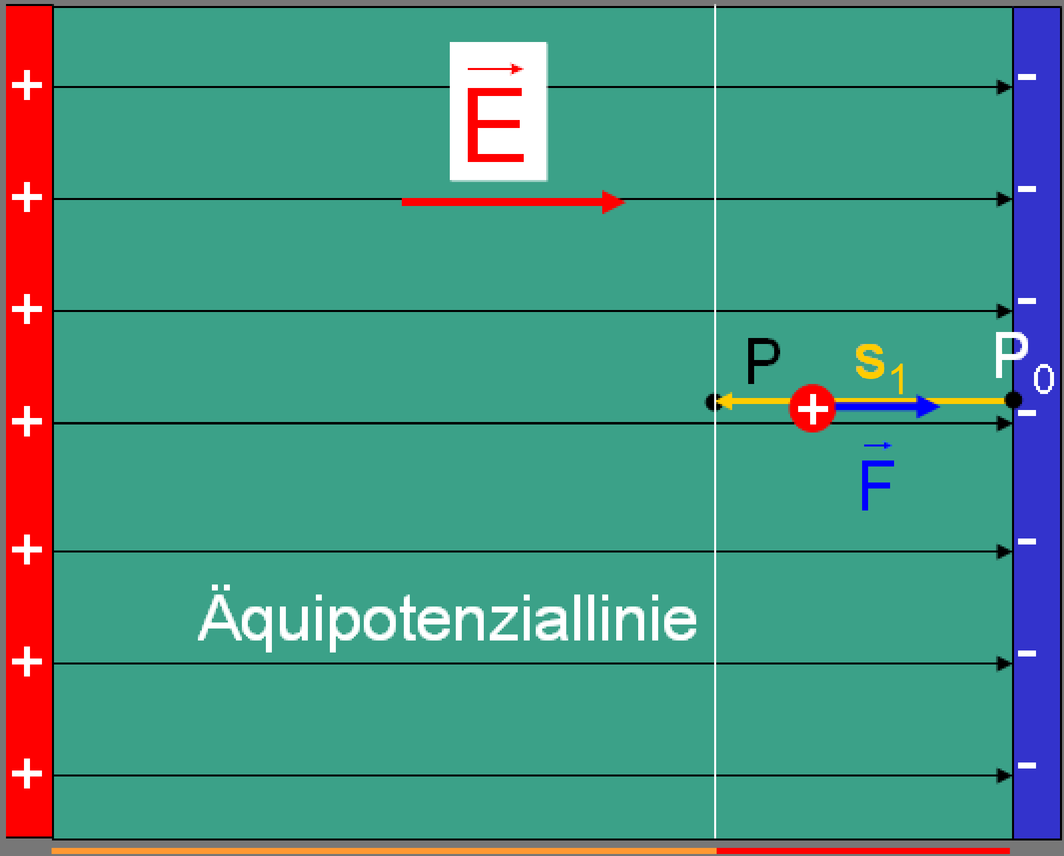
Potenzial im homogenen Elektrischen Feld

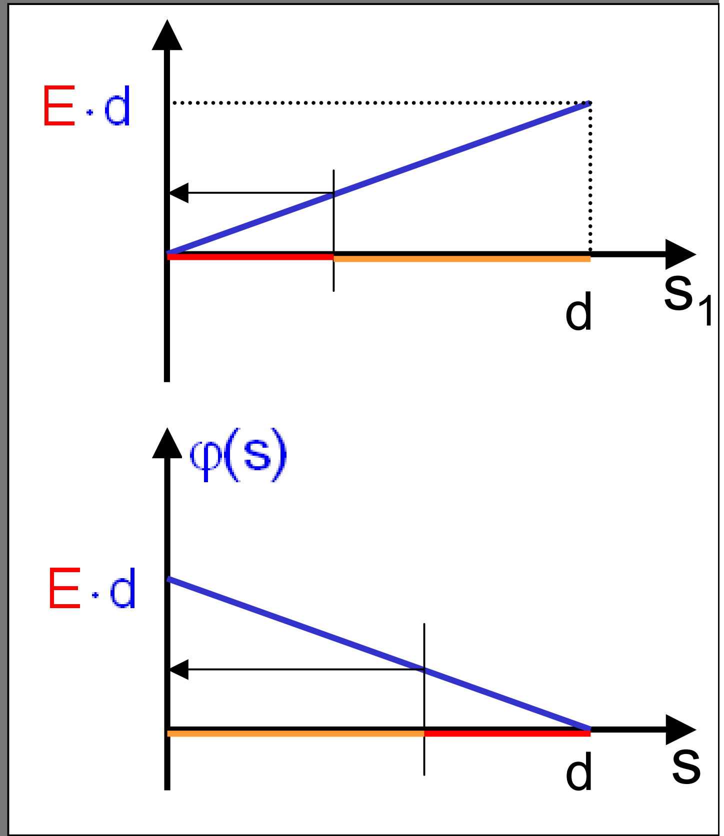




$$\varphi(P) = \frac{W_{P_0 \to P}}{q} = -E \cdot s$$

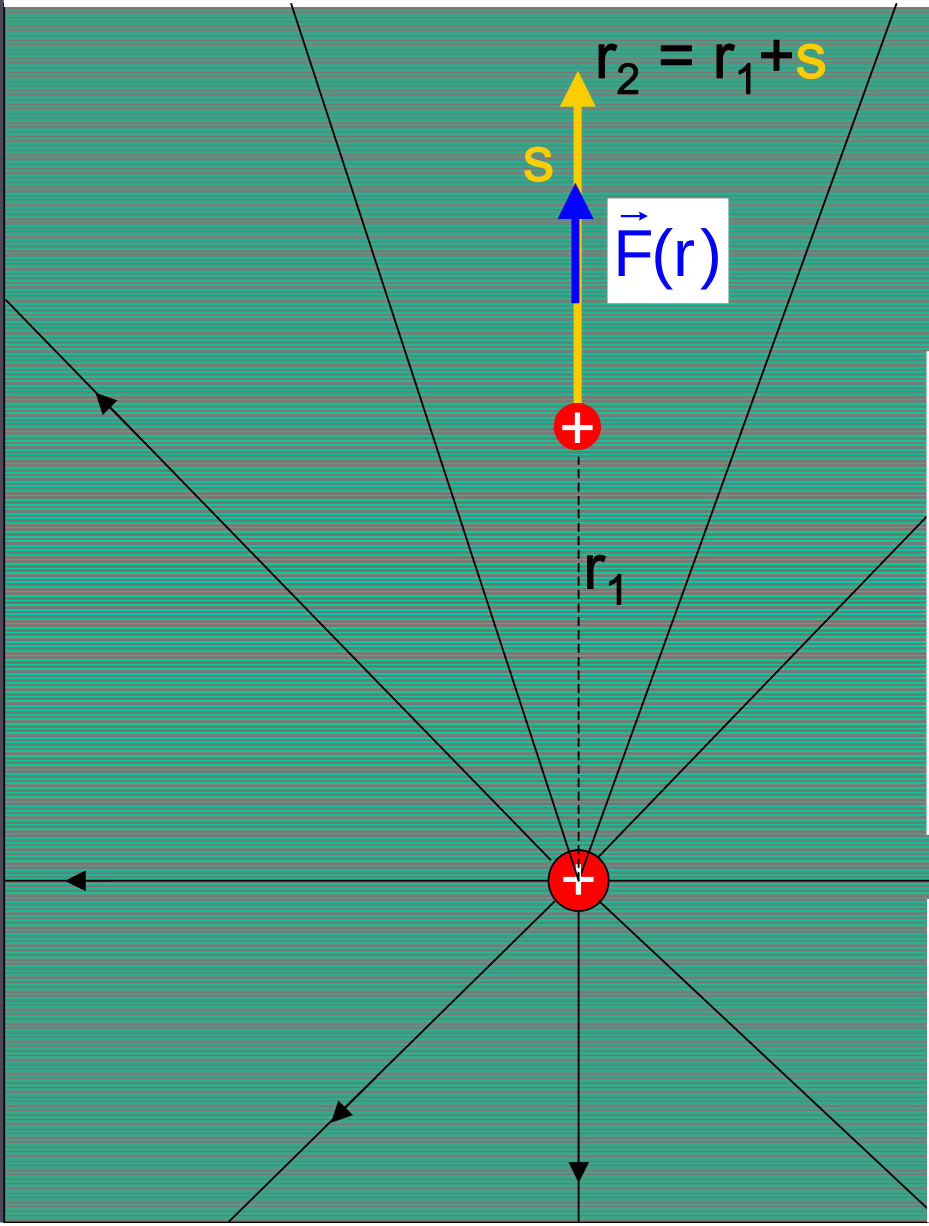
Potenzial im homogenen Elektrischen Feld





$$\varphi(P) = \frac{W_{P_0 \to P}}{q} = E \cdot s_1 = E \cdot (d - s) = -E \cdot s + E \cdot d$$

Arbeit im radialen Elektrischen Feld



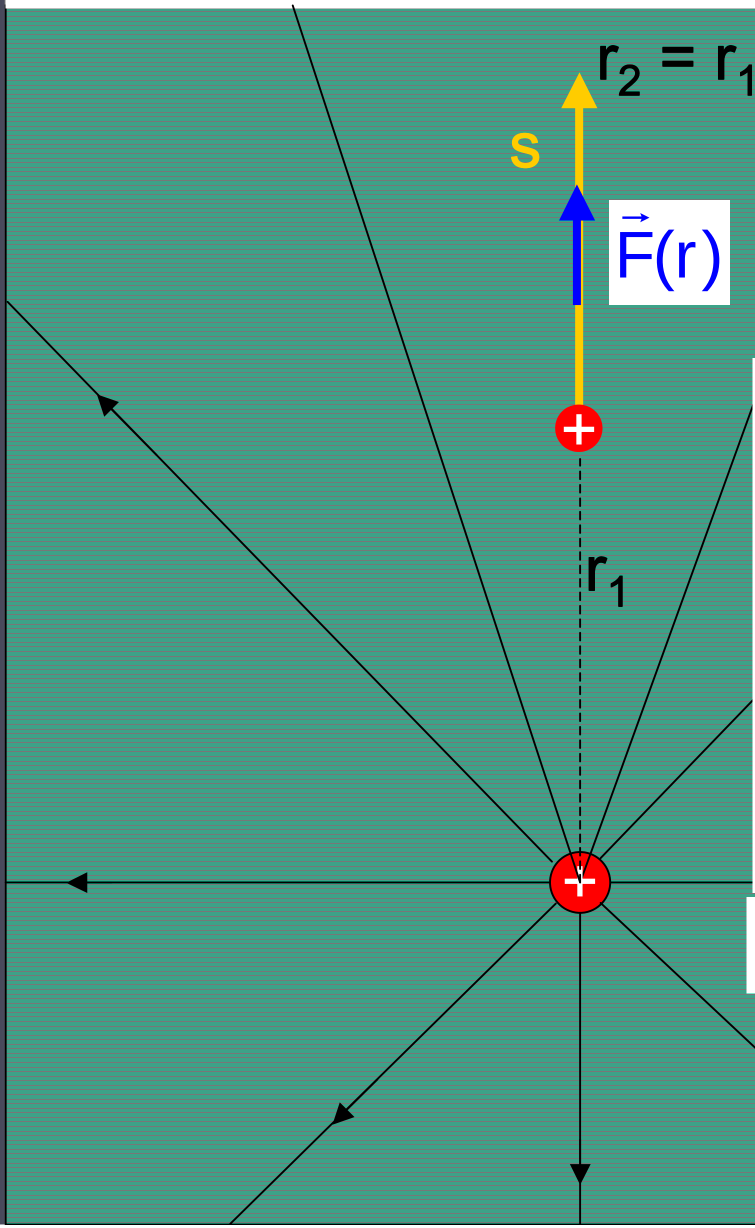
$$W_{P_1 \to P_2} = -\int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r)\,d\vec{r} = -\int_{r_1}^{r_2} F(r)\,dr$$

$$= -\int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{+q \cdot +Q}{r^2}\,dr$$

$$\vec{F}(r)\,d\vec{r} = F(r) \cdot dr \cdot \cos(\sphericalangle(\vec{F}; d\vec{r}))$$

$$= F(r) \cdot dr \cdot \cos(0^\circ) = F(r) \cdot dr$$

Arbeit im radialen Elektrischen Feld



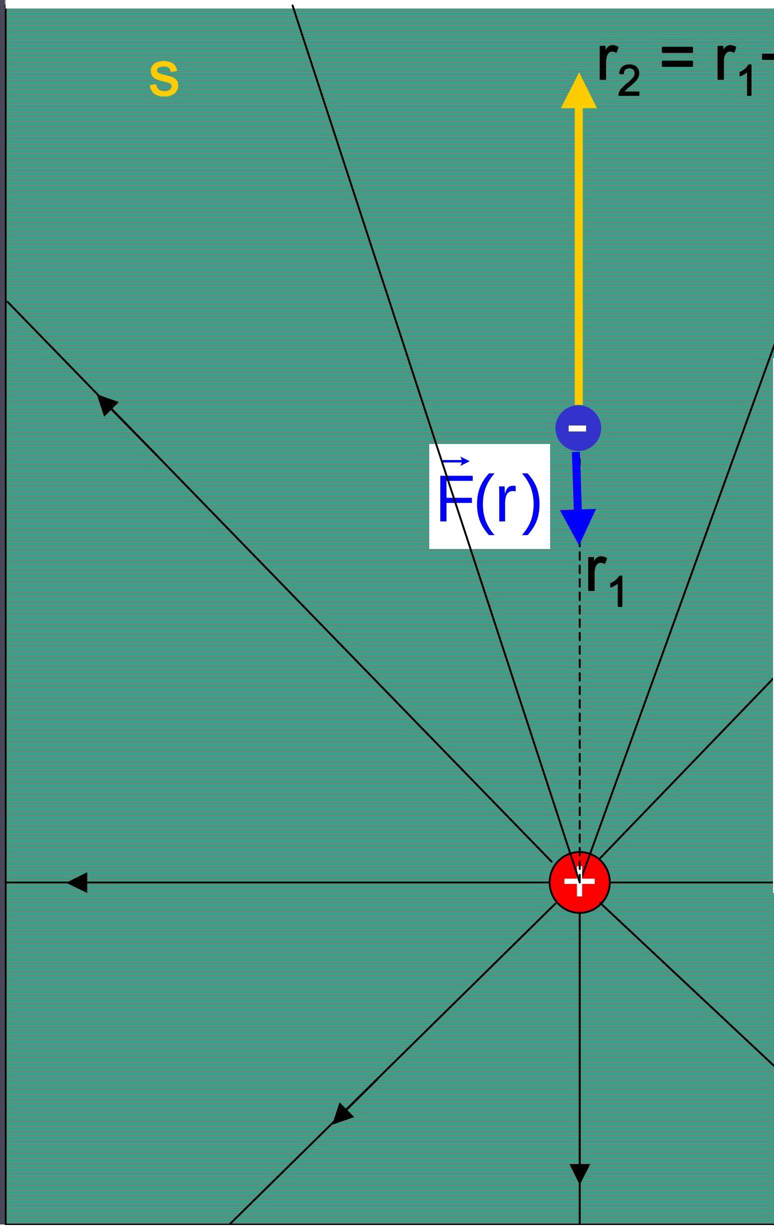
$$W_{P_1 \to P_2} = -\int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r)\,d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)\,dr$$

$$= -\frac{+q \cdot +Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_1+s} \cdot \frac{1}{r^2}\,dr = -\frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r_1+s}$$

$$= \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1 + s} - \frac{1}{r_1}\right)$$

W<0 d.h. Es wird Energie frei!

Arbeit im radialen Elektrischen Feld



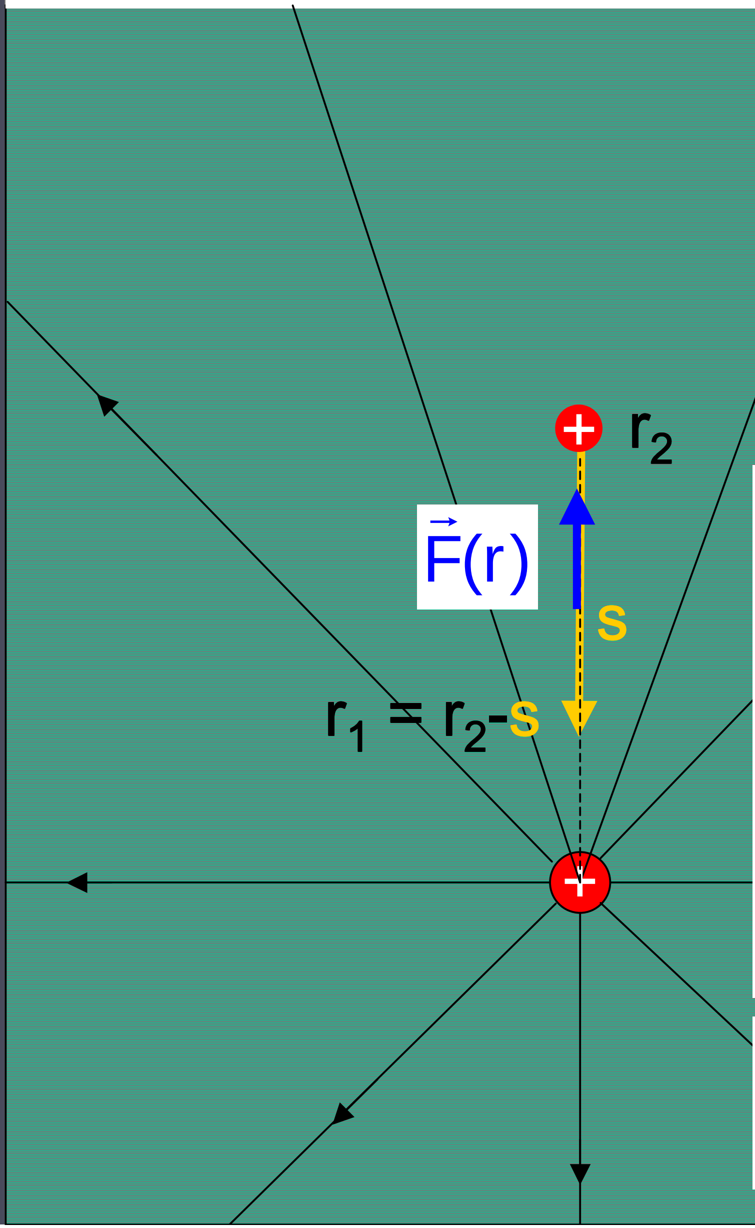
$$W_{P_1 \to P_2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r)\, d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)\, dr$$

$$= -\frac{-q \cdot +Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_1+s} \cdot \frac{1}{r^2}\, dr = \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_1+s}$$

$$= \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1 + s} \right)$$

W>0 d.h. Es muss Energie aufgebracht werden!

Arbeit im radialen Elektrischen Feld



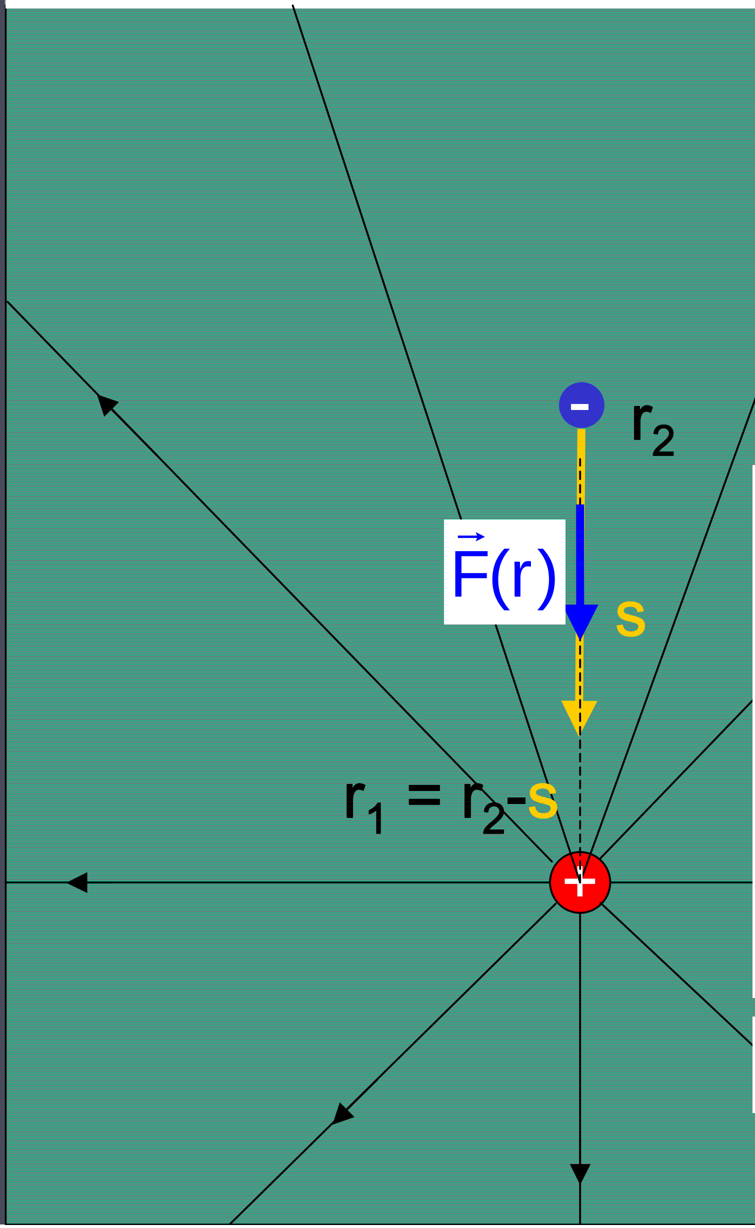
$$W_{P_1 \to P_2} = \int_{r_2}^{r_2 - s} \vec{F}(r)\,d\vec{r} = \int_{r_2}^{r_2 - s} -F(r)\,dr$$

$$= -\frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \int_{r_2 - s}^{r_2} \cdot \frac{1}{r^2}\,dr = -\frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_2 - s}^{r_2}$$

$$= \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_2 - s} - \frac{1}{r_2} \right)$$

W>0 : Es muss Arbeit aufgebracht werden!

Arbeit im radialen Elektrischen Feld



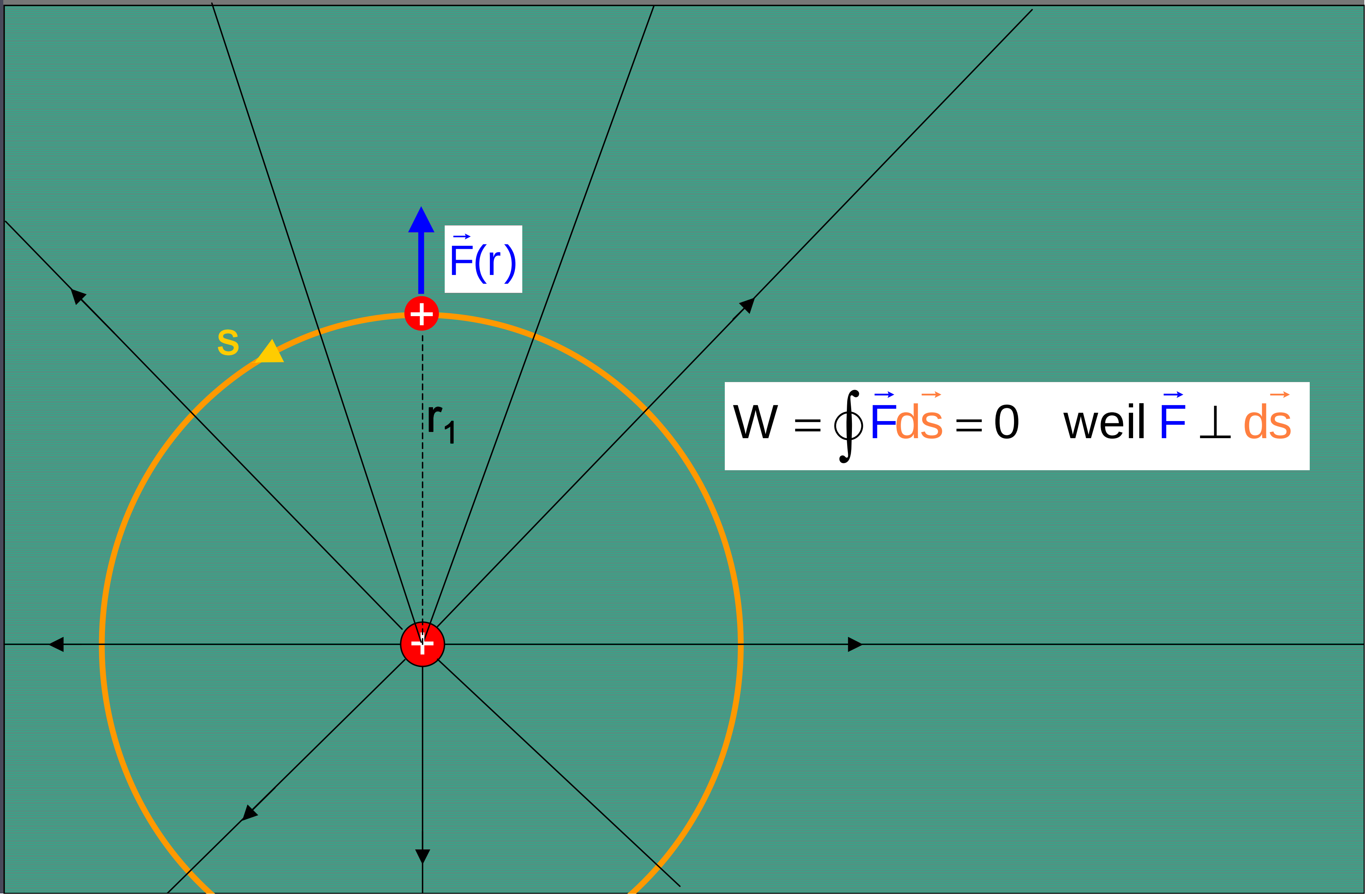
$$W_{P_1 \to P_2} = -\int_{r_2}^{r_2-s} \vec{F}(r)\,d\vec{r} = -\int_{r_2}^{r_2-s} F(r)\,dr$$

$$= -\frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \int_{r_2-s}^{r_2} \cdot \frac{1}{r^2}\,dr = -\frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_2-s}^{r_2}$$

$$= \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2 - s}\right)$$

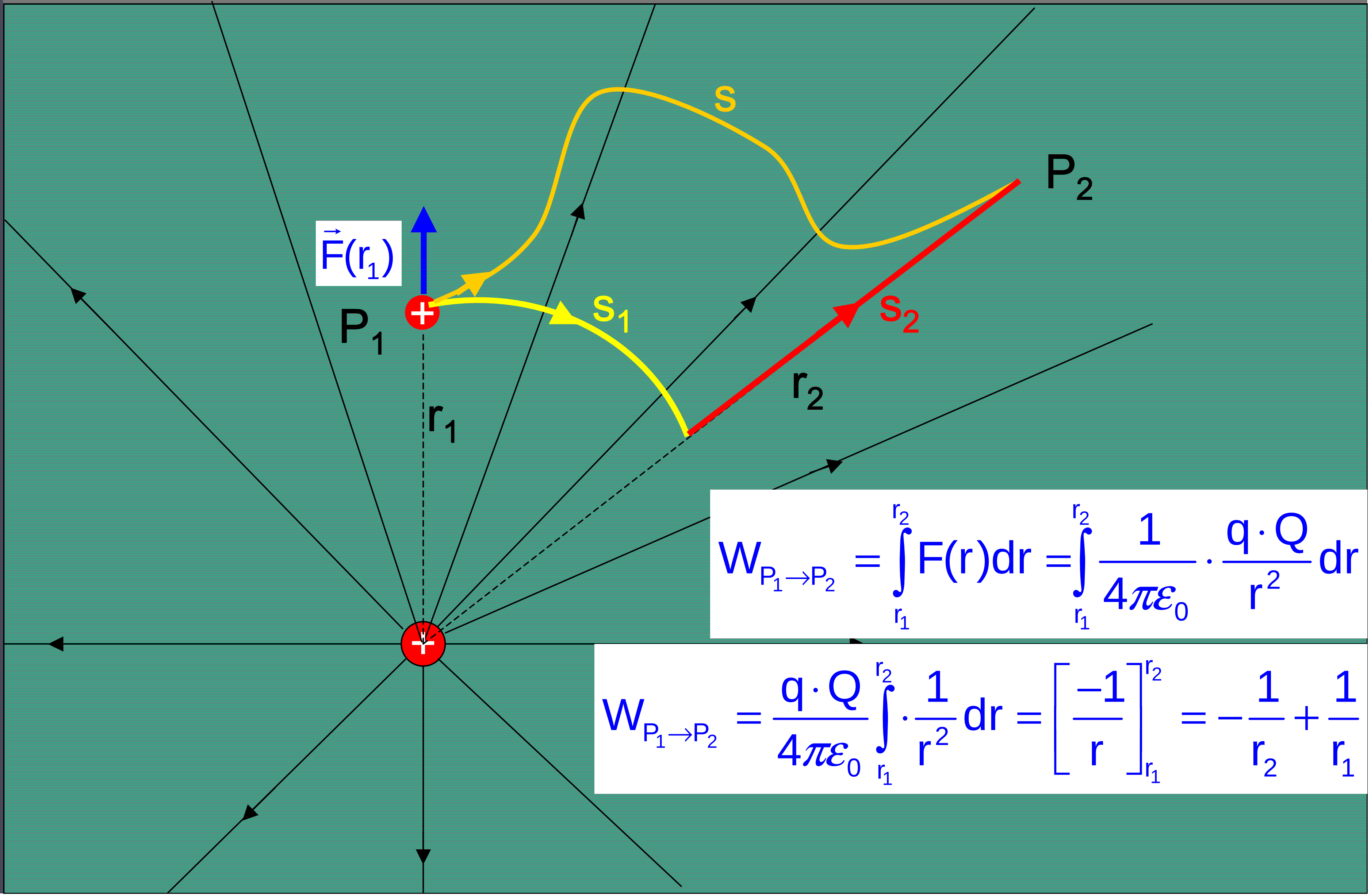
W<0 : Es wird Energie frei!

Arbeit im radialen Elektrischen Feld



$$W = \oint \vec{F}\,\vec{ds} = 0 \quad \text{weil } \vec{F} \perp \vec{ds}$$

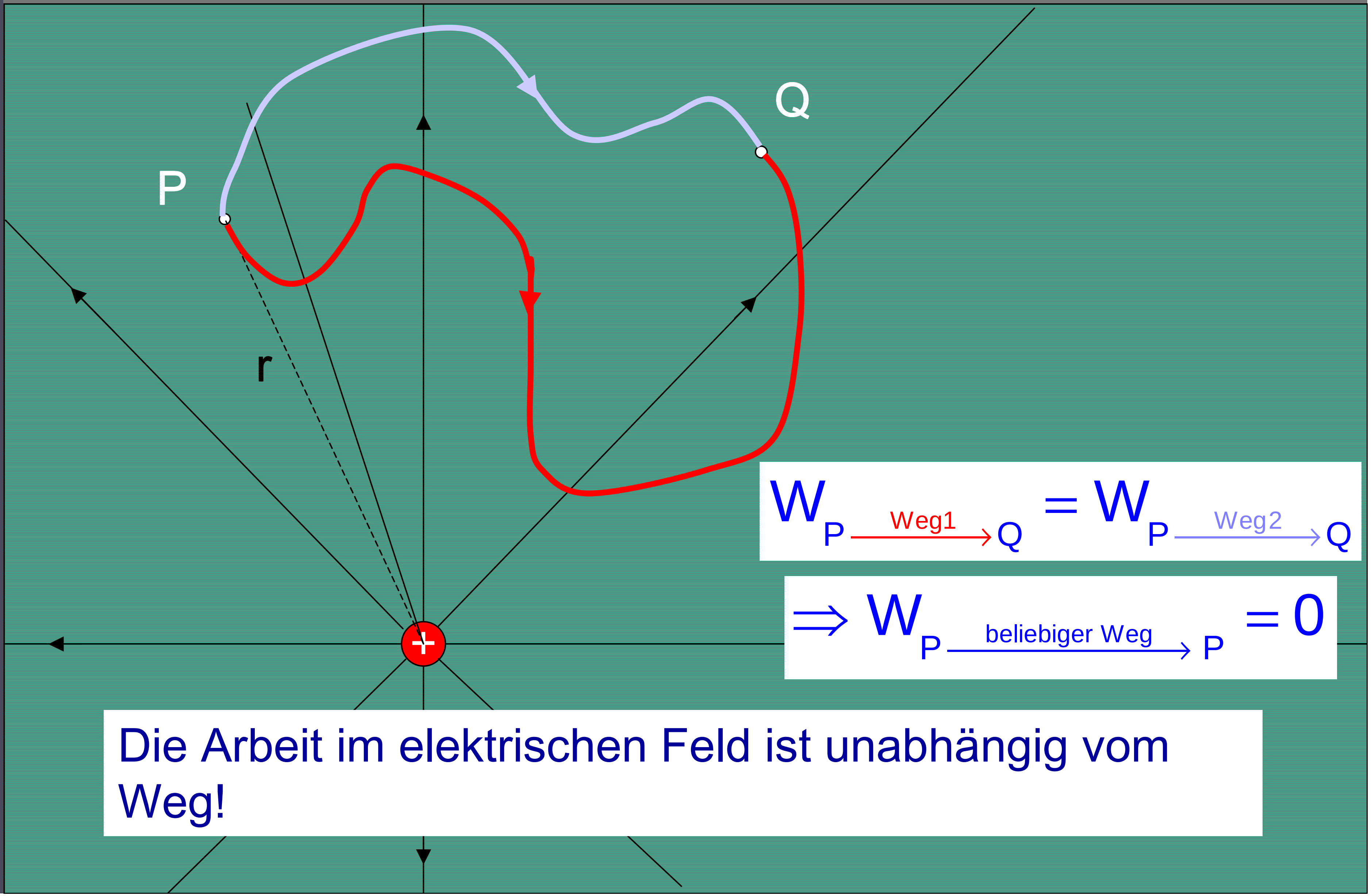
Arbeit im radialen Elektrischen Feld



$$W_{P_1 \to P_2} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} dr$$

$$W_{P_1 \to P_2} = \frac{q \cdot Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \cdot \frac{1}{r^2} dr = \left[\frac{-1}{r} \right]_{r_1}^{r_2} = -\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1}$$

Elektrische Felder sind konservativ

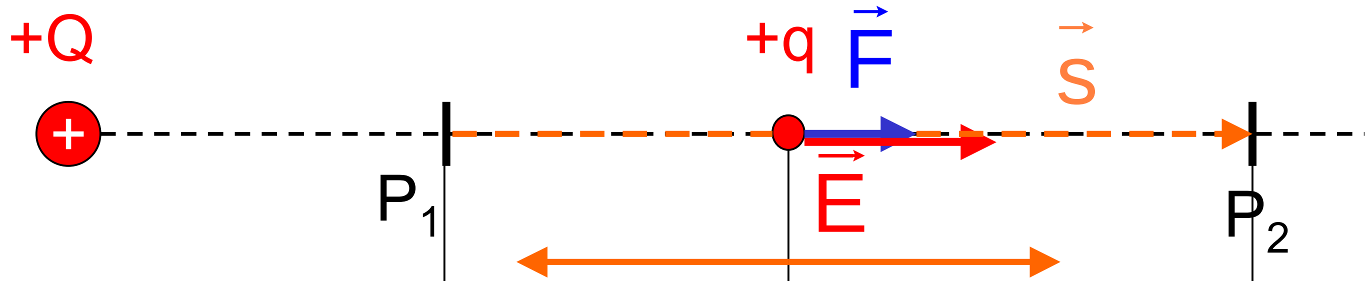


$$W_{P \xrightarrow{\text{Weg1}} Q} = W_{P \xrightarrow{\text{Weg2}} Q}$$

$$\Rightarrow W_{P \xrightarrow{\text{beliebiger Weg}} P} = 0$$

Die Arbeit im elektrischen Feld ist unabhängig vom Weg!

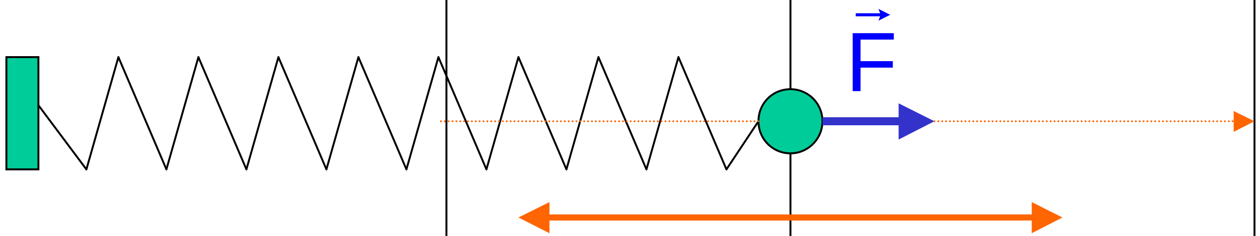
Das Elektrische Potenzial



Arbeit gegen die Coulombkraft d.h. die potentielle Energie des Feldes wird erhöht! W>0

Das Feld leistet Arbeit, d.h. die potentielle Energie des Feldes nimmt ab W<0

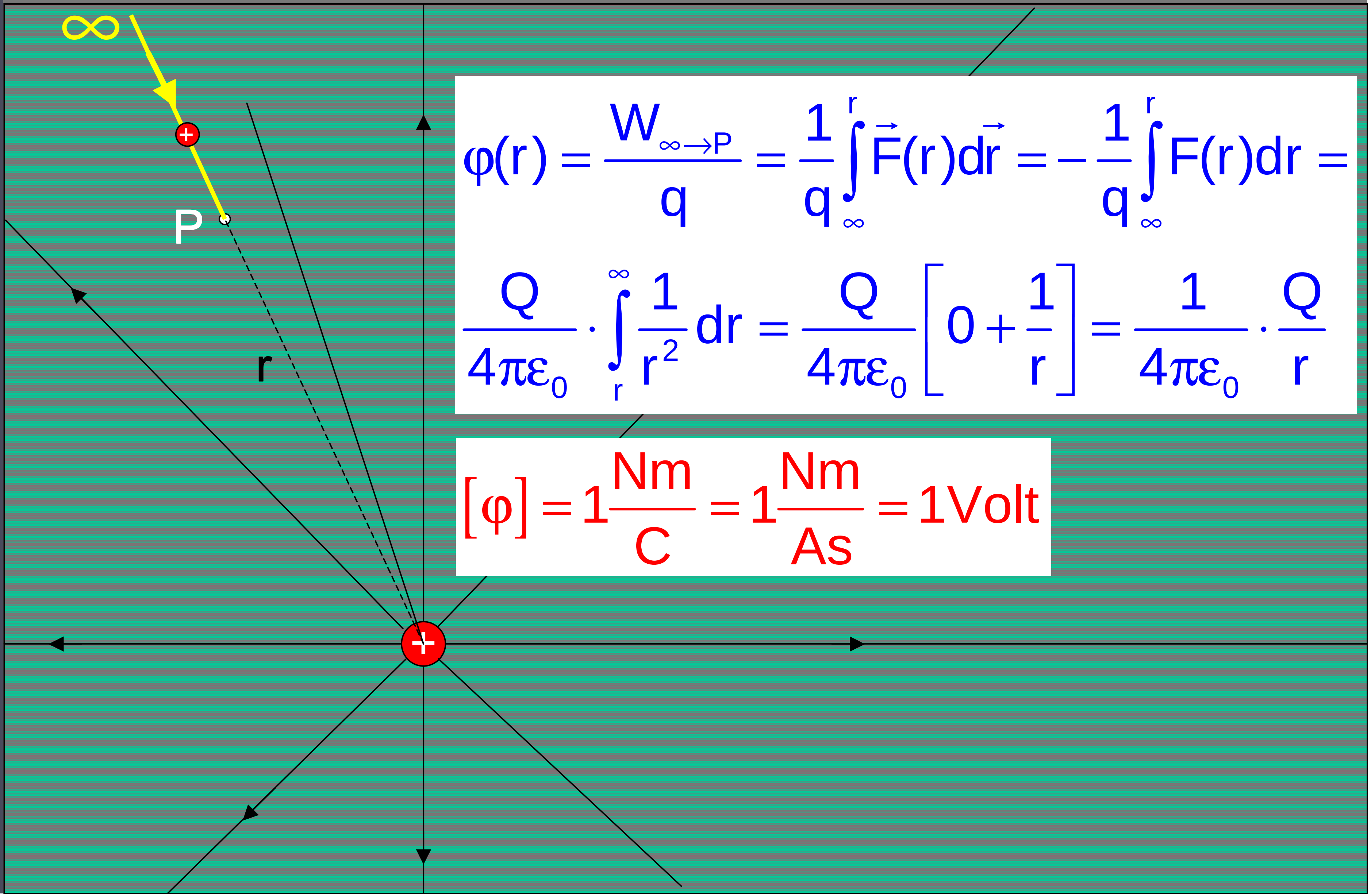
Analogie in der Mechanik (gedrückte Feder):



Arbeit gegen die Federkraft d.h. die potentielle Energie der Feder wird erhöht! W>0

Die Feder leistet Arbeit, d.h. die potentielle Energie der Felder nimmt ab W<0

Elektrisches Potenzial im radialsymmetrischen Feld

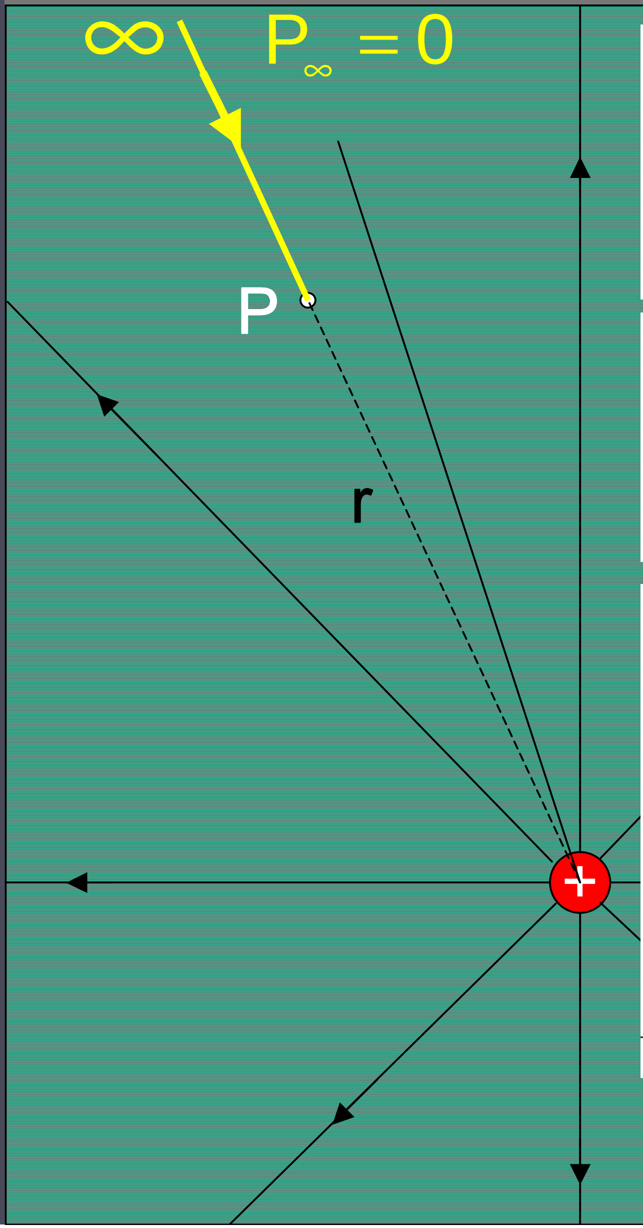


$$\varphi(r) = \frac{W_{\infty \to P}}{q} = \frac{1}{q}\int_{\infty}^{r} \vec{F}(r)\,d\vec{r} = -\frac{1}{q}\int_{\infty}^{r} F(r)\,dr =$$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\int_{r}^{\infty}\frac{1}{r^2}\,dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[0+\frac{1}{r}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r}$$

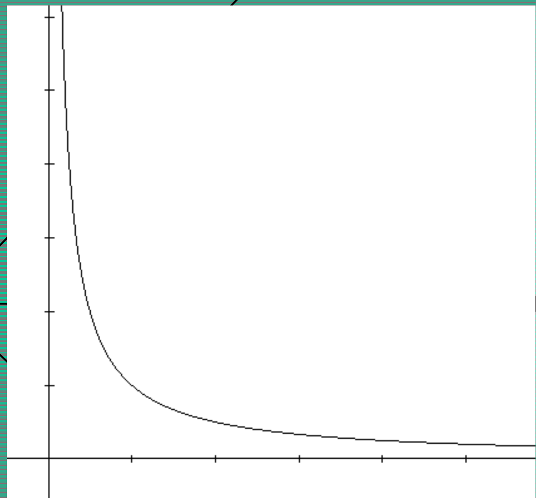
$$[\varphi] = 1\frac{Nm}{C} = 1\frac{Nm}{As} = 1\,\text{Volt}$$

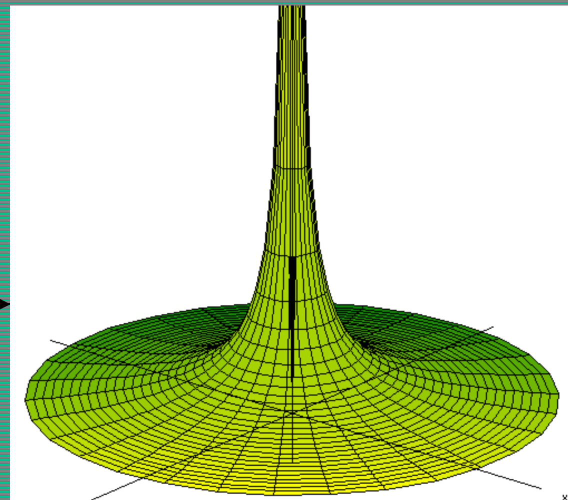
Elektrisches Potenzial im radialsymmetrischen Feld



$$\varphi(r) = \frac{W_{\infty \to P}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

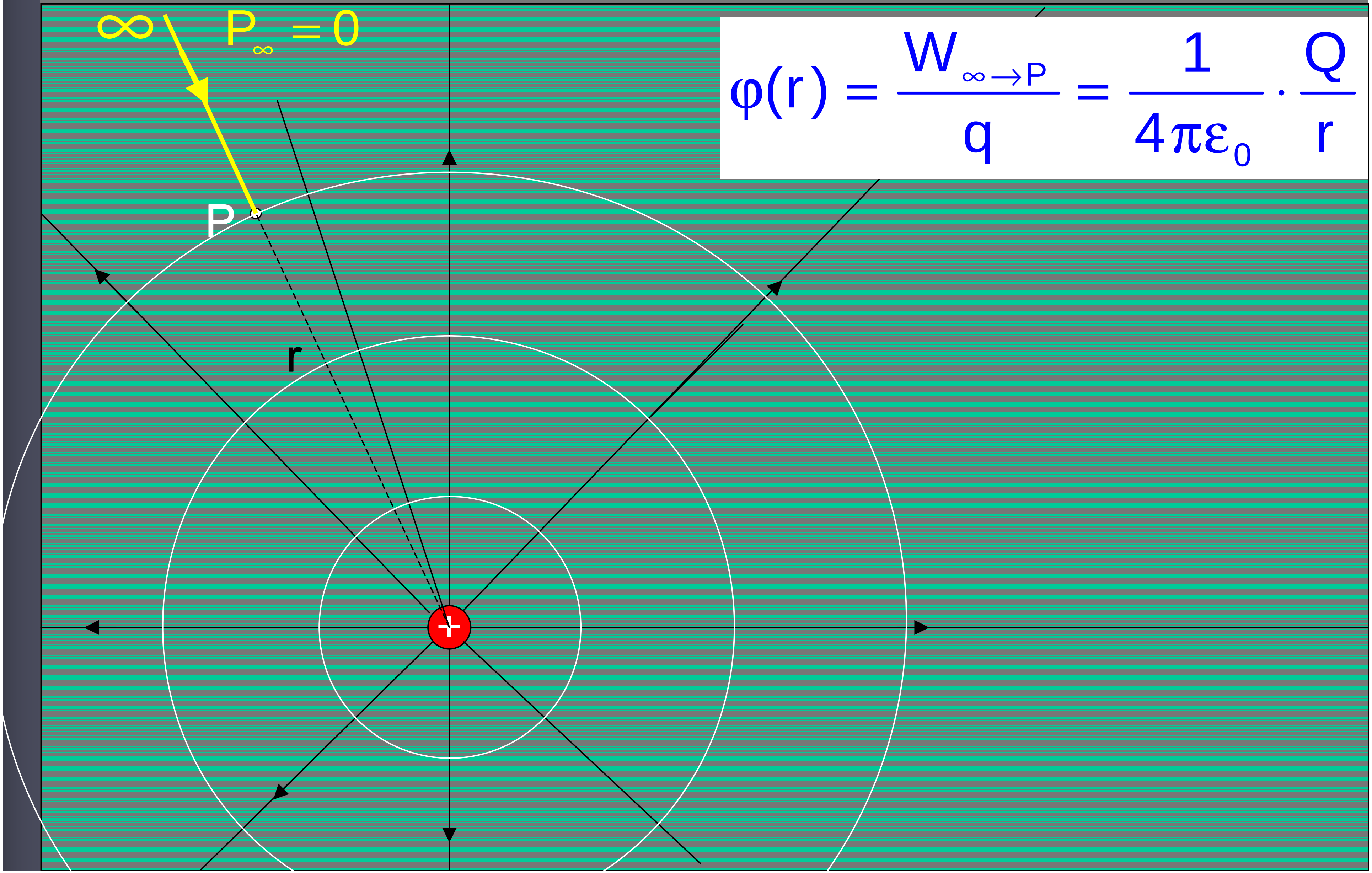
Jedem Punkt P des elektrischen Feldes einer Punktladung Q ist ein eindeutiges Potenzial Zugeordnet.



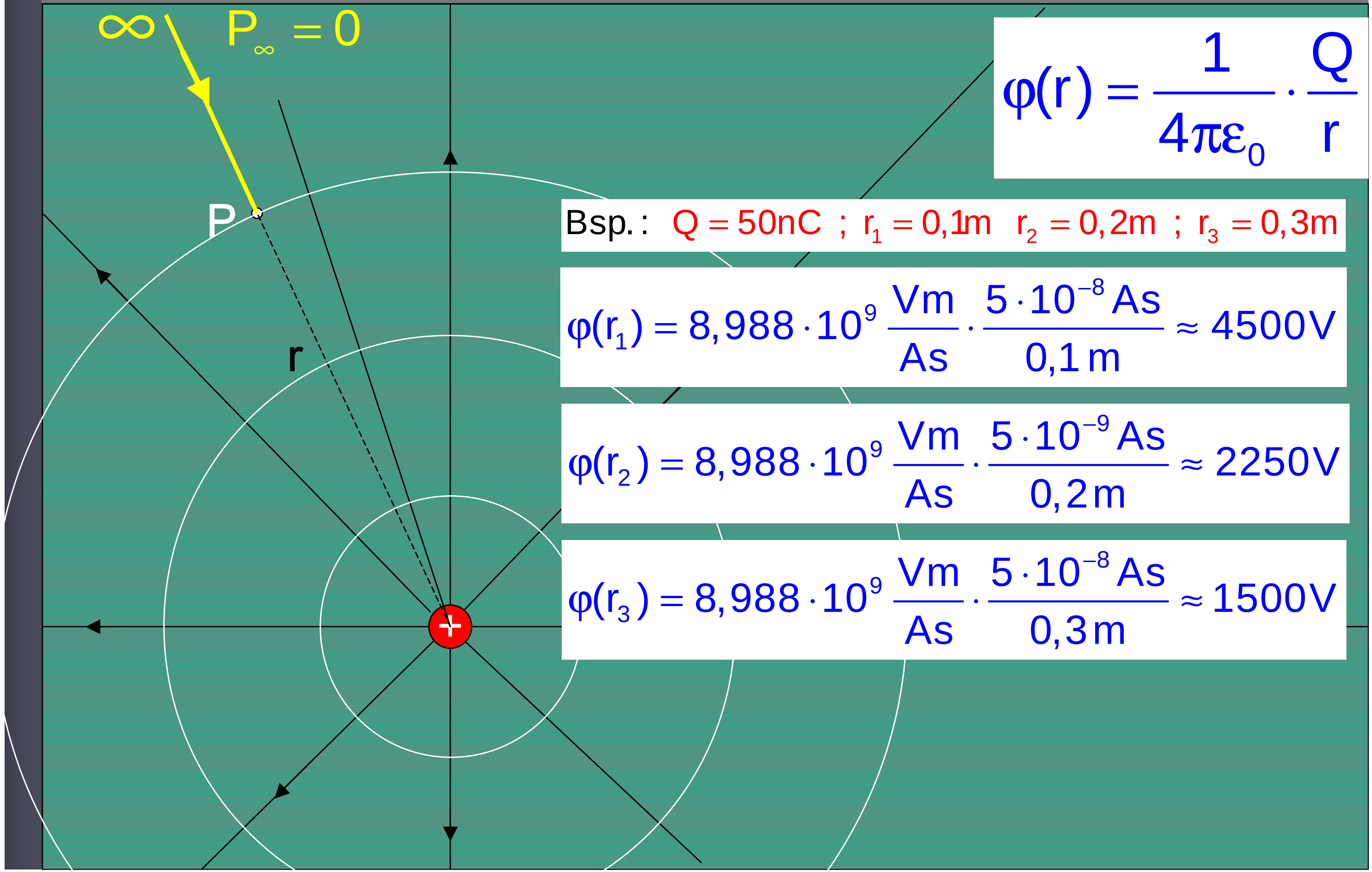


Elektrisches Potenzial im radialsymmetrischen Feld

$$\varphi(r) = \frac{W_{\infty \to P}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$



Elektrisches Potenzial im radialsymmetrischen Feld



$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

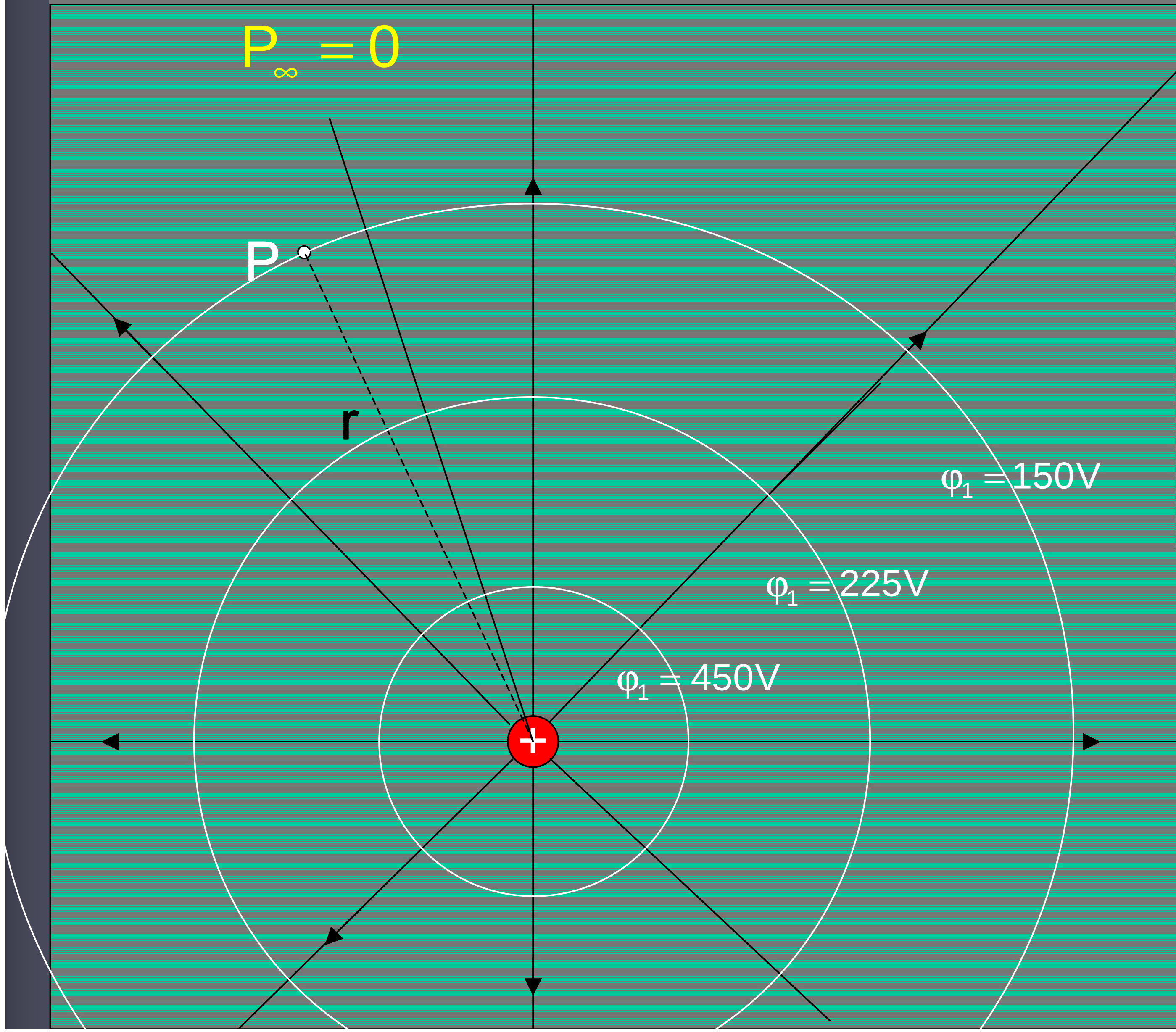
Bsp.: $Q = 50nC$; $r_1 = 0{,}1m$ $r_2 = 0{,}2m$; $r_3 = 0{,}3m$

$$\varphi(r_1) = 8{,}988 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-8} As}{0{,}1\,m} \approx 4500V$$

$$\varphi(r_2) = 8{,}988 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9} As}{0{,}2\,m} \approx 2250V$$

$$\varphi(r_3) = 8{,}988 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-8} As}{0{,}3\,m} \approx 1500V$$

Elektrisches Potenzial im radialsymmetrischen Feld



$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

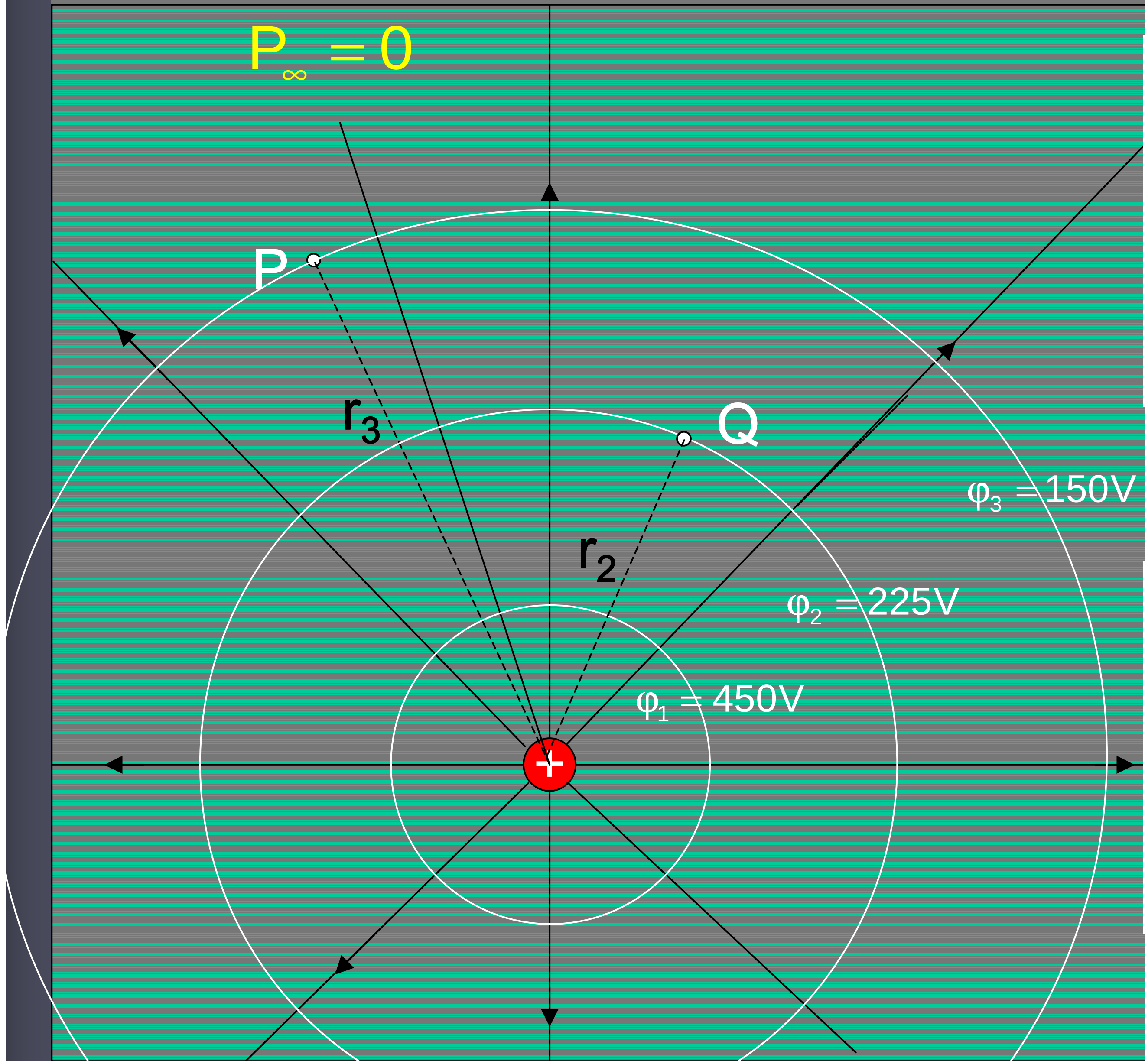
Bsp.: $Q = 50nC$

$r_1 = 0{,}1m$

$r_2 = 0{,}2m$

$r_3 = 0{,}3m$

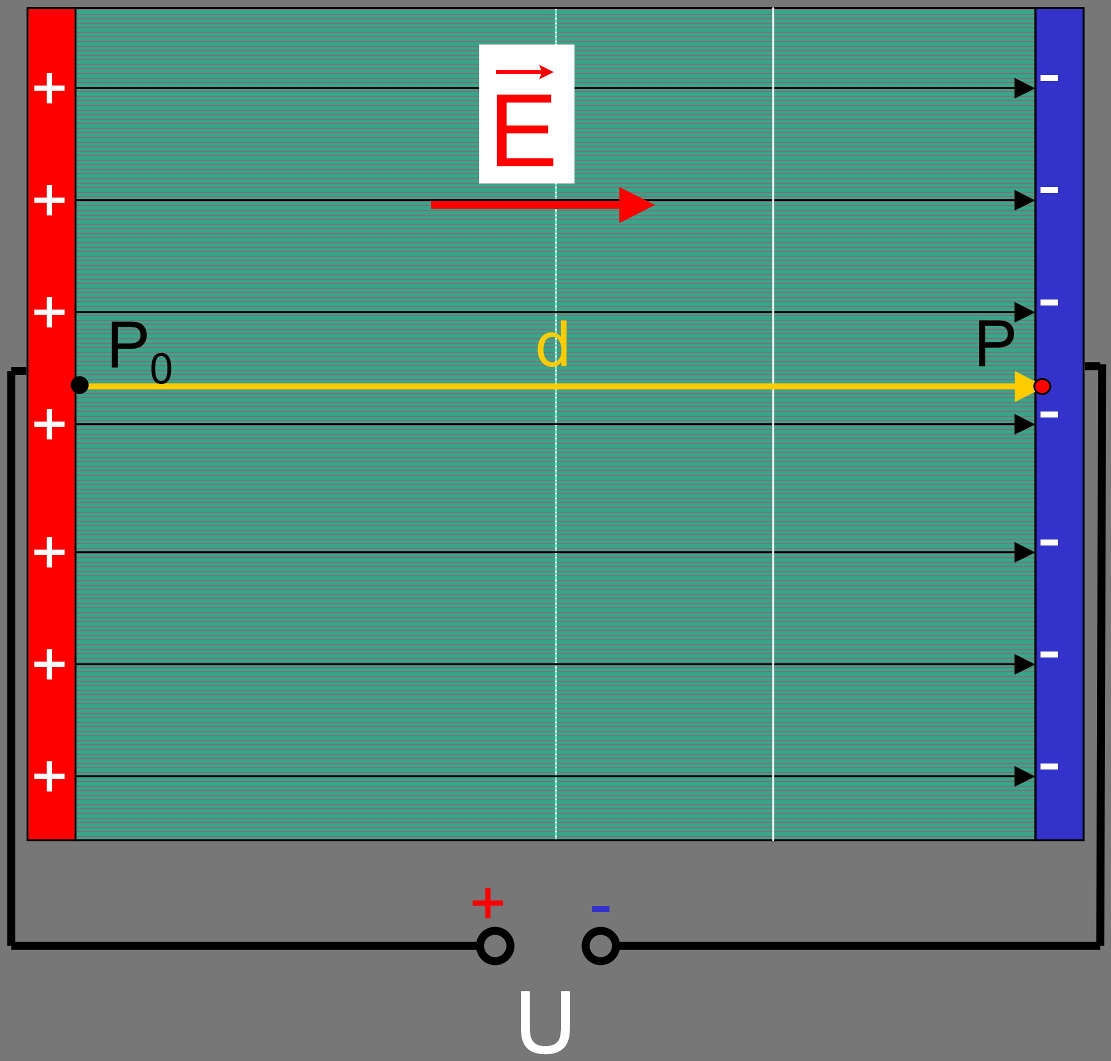
Die Elektrische Spannung



$$\begin{aligned} U_{PQ} &= \varphi_P - \varphi_Q \\ &= \varphi(r_3) - \varphi(r_2) \\ &= 150V - 225V \\ &= -75V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{QP} &= \varphi_Q - \varphi_P \\ &= \varphi(r_2) - \varphi(r_3) \\ &= 225V - 150V \\ &= 75V \end{aligned}$$

Elektrisches Feld eines Plattenkondensators



$$U_{PP_0} = \varphi(P) - \varphi(P_0)$$

$$= E \cdot d - 0 = E \cdot d$$

$$\Rightarrow E = \frac{U}{d}$$

D.h. Die Spannung zwischen den Kondensatorplatten ist gerade E*d

Die Elektrische Spannung

1

2

$U_{1,2} = +4{,}5V$

D.h. das Potenzial des Pols 1 ist +4,5V bezüglich des Pols 2

→Pluspol

$U_{2,1} = -4{,}5V$

D.h. das Potenzial des Pols 2 ist -4,5V bezüglich des Pols 1

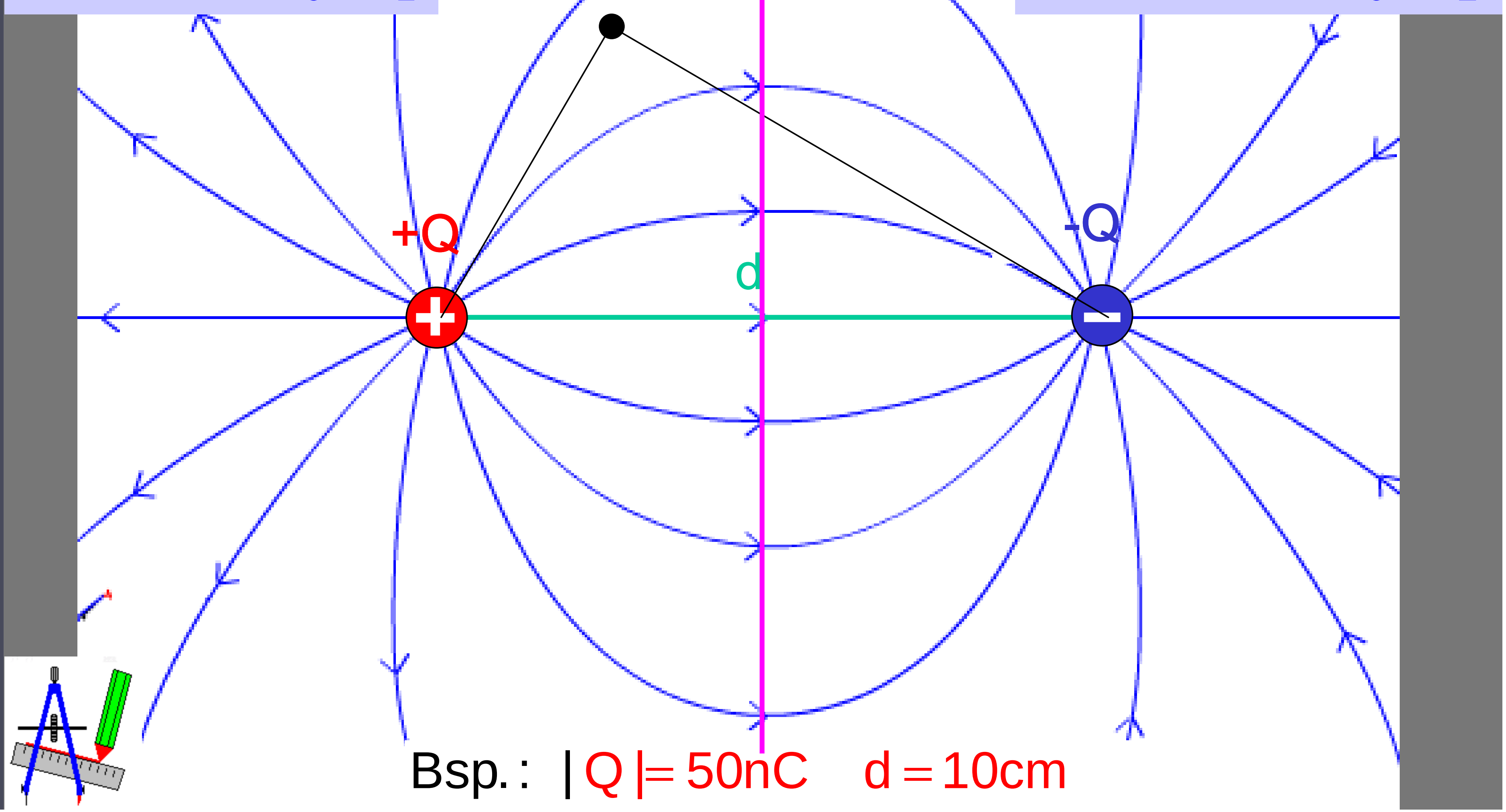
→Minuspol

Elektrisches Potential

$$\varphi(r_1) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_1}$$

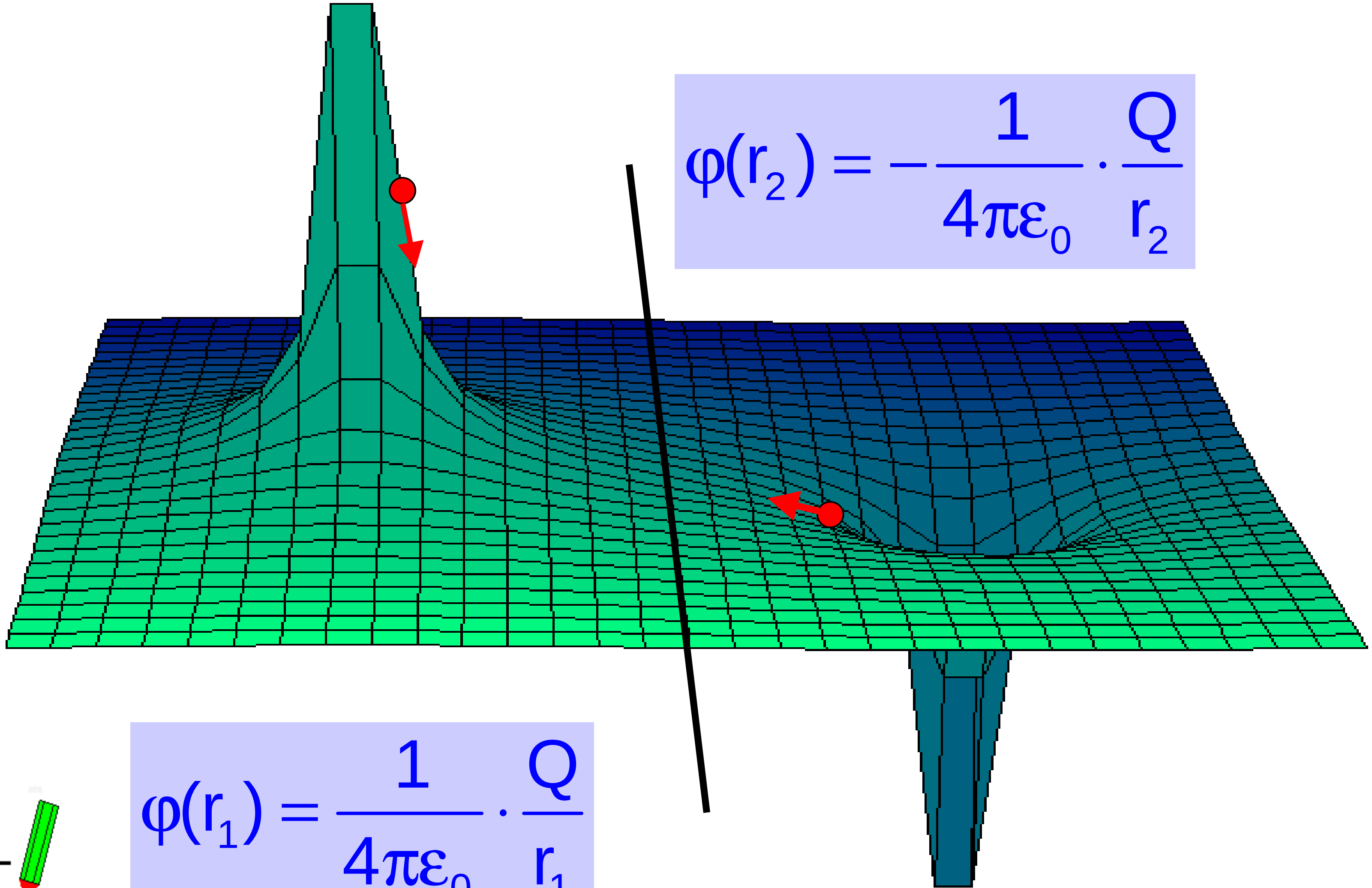
$$\varphi(x,y) = \varphi(r_1) + \varphi(r_2)$$

$$\varphi(r_2) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_2}$$



Bsp.: $|Q| = 50\,\mathrm{nC}$ $\quad d = 10\,\mathrm{cm}$

Elektrisches Potential



$$\varphi(r_2) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r_2}$$

$$\varphi(r_1) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r_1}$$