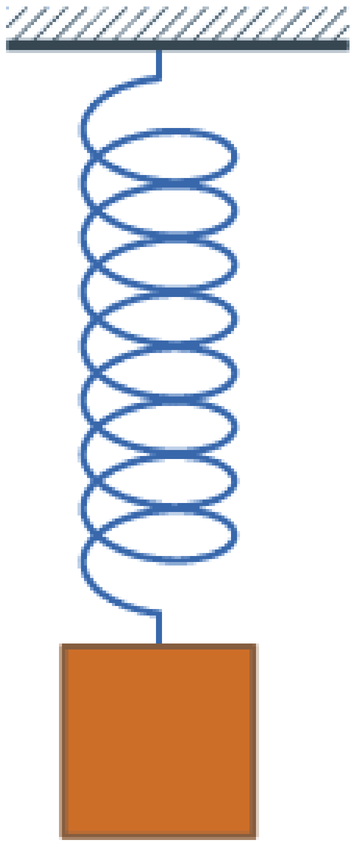
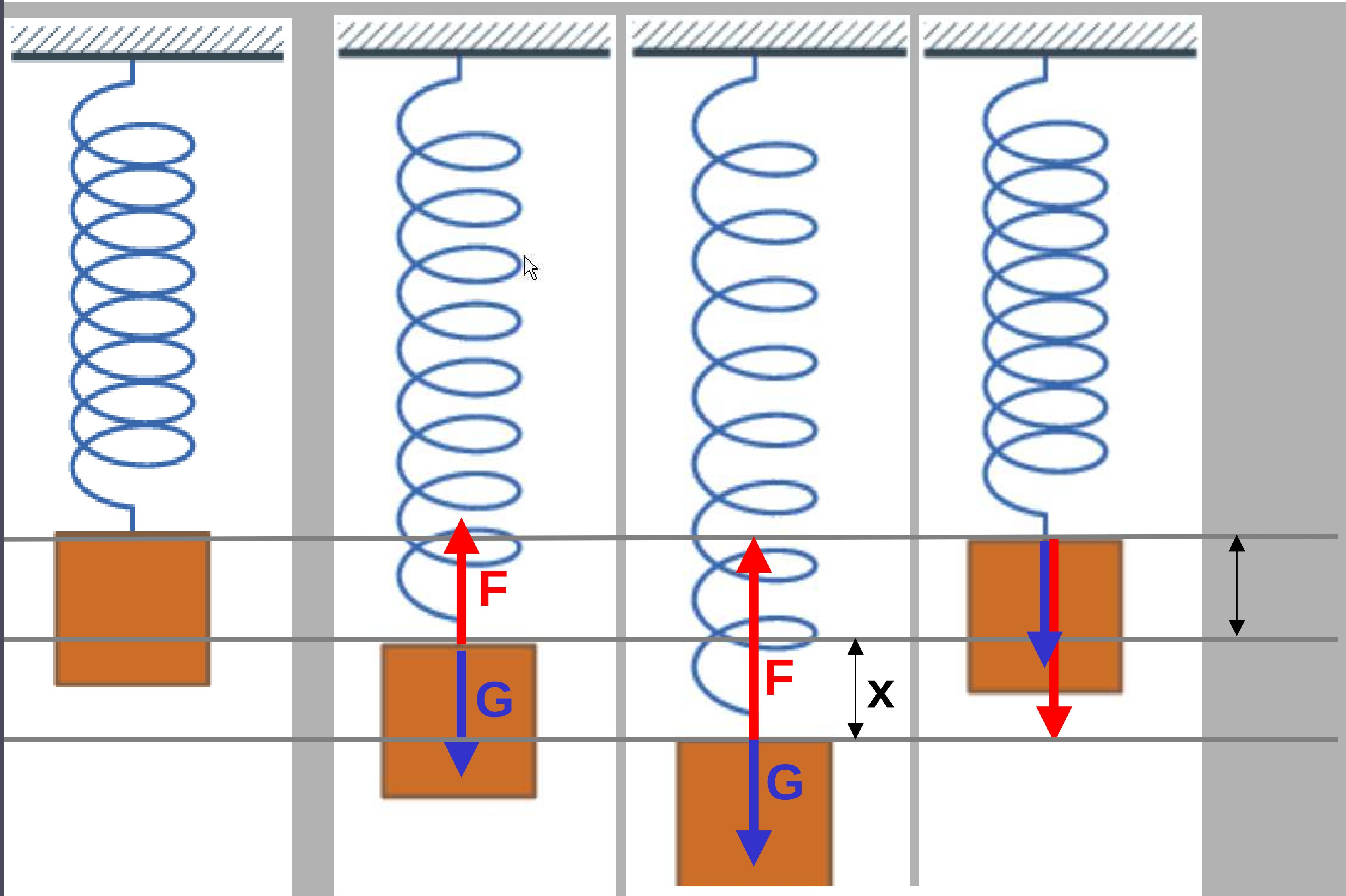
Definition



Eine **Schwingung** ist eine Zustands-änderung eines Masseteilchens bzw. eines Systems von Masseteilchen bei der das System durch eine rücktreibende Kraft immer wieder in Richtung des Ausgangszustandes gezwungen wird.

Auslöser einer Schwingung ist eine Störung des Systems

Schwingung einer Schraubenfeder



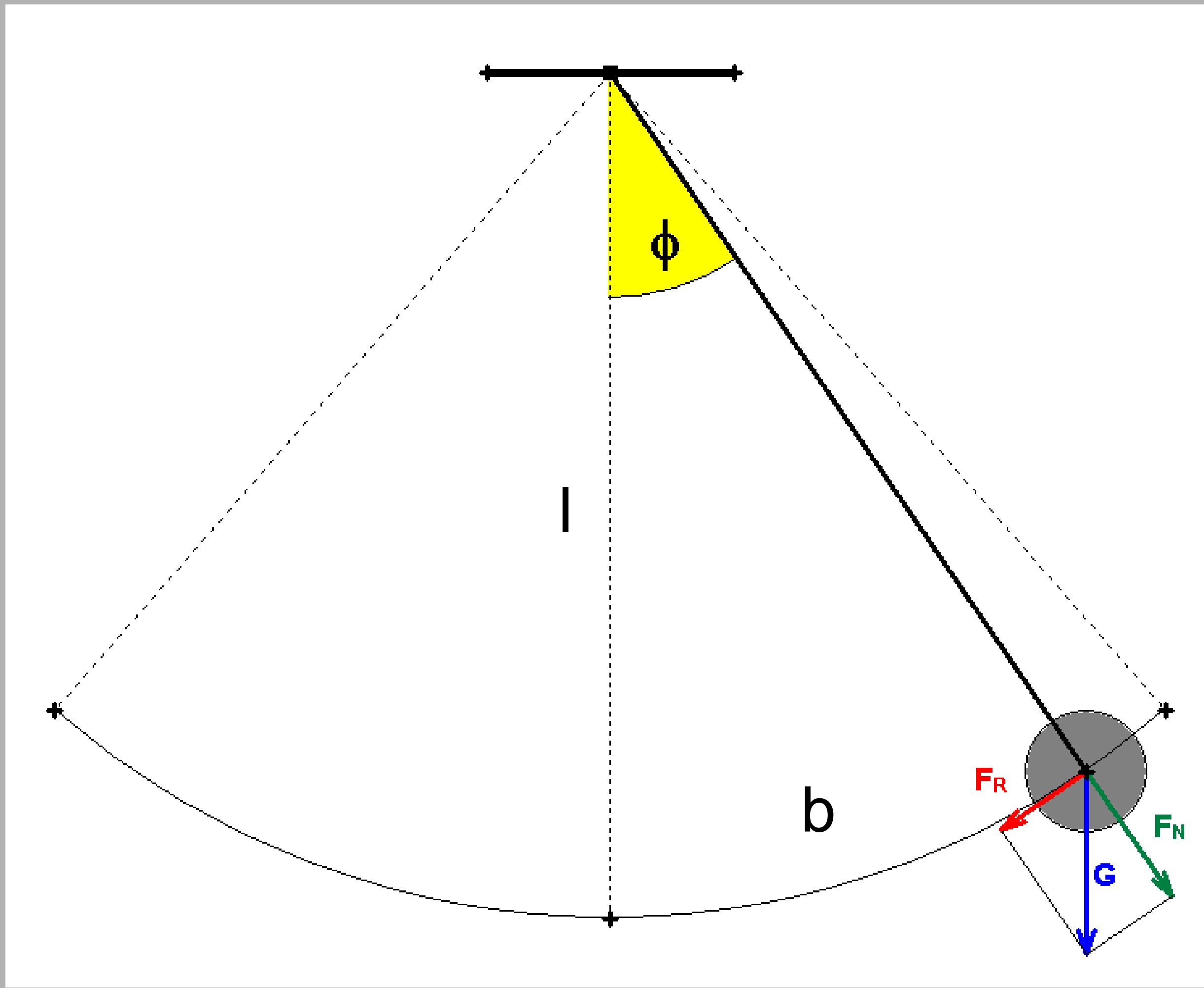
$$F_R = -D \cdot x + G$$

Schwingung eines Fadenpendels

$$F_N = G \cdot \cos\phi$$

$$F_R = G \cdot \sin\phi$$

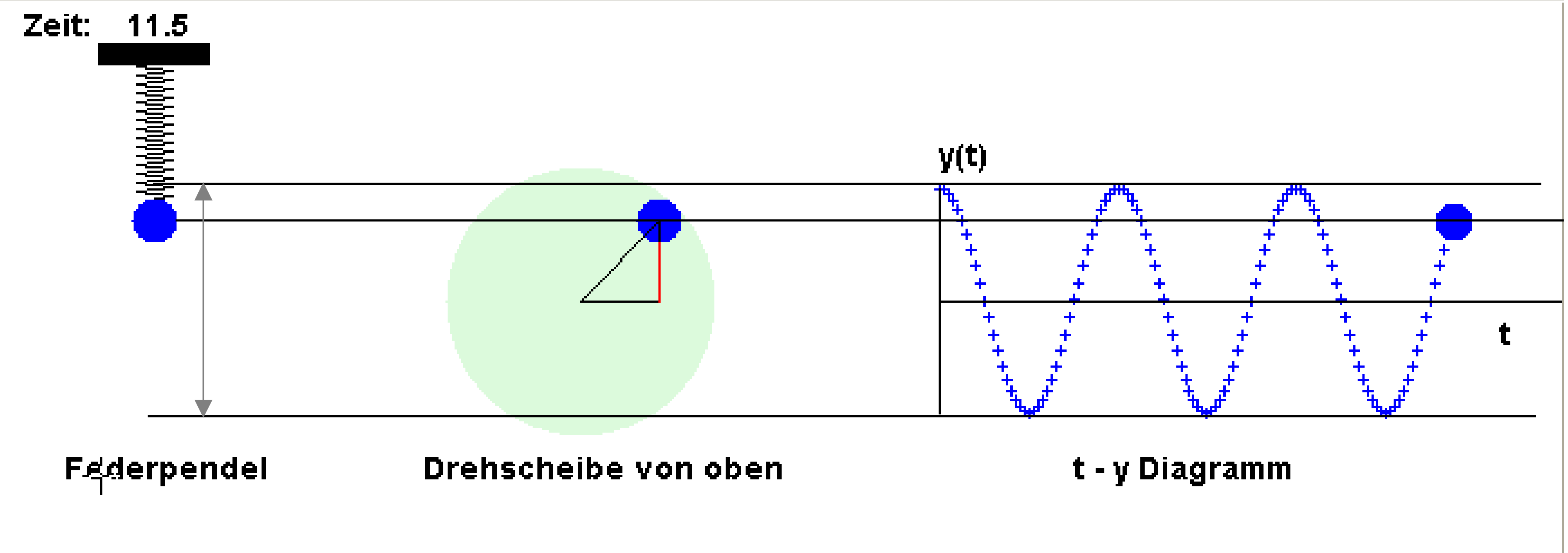
$$F_R = G \cdot \sin\frac{b}{l}$$



Schwingungen der Tacoma-Bridge

7. November 1940

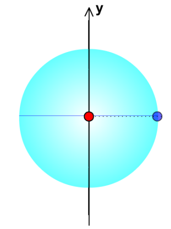
Schwingung und gleichförmige Kreisbewegung



http://leifi.physik.uni-muenchen.de/web_ph11/versuche/08schwing/projektion.htm

Die Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung ist eine harmonische Schwingung

$$Y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$



Schwingung und gleichförmige Kreisbewegung

$$Y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$t = 0;\quad \varphi_0 = 0: \qquad Y(0) = A \cdot \sin(0) = 0$$

$$t = \frac{T}{4};\ \varphi_0 = 0 \ \Rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \qquad Y(\frac{T}{4}) = A \cdot \sin(\frac{\pi}{2}) = A$$

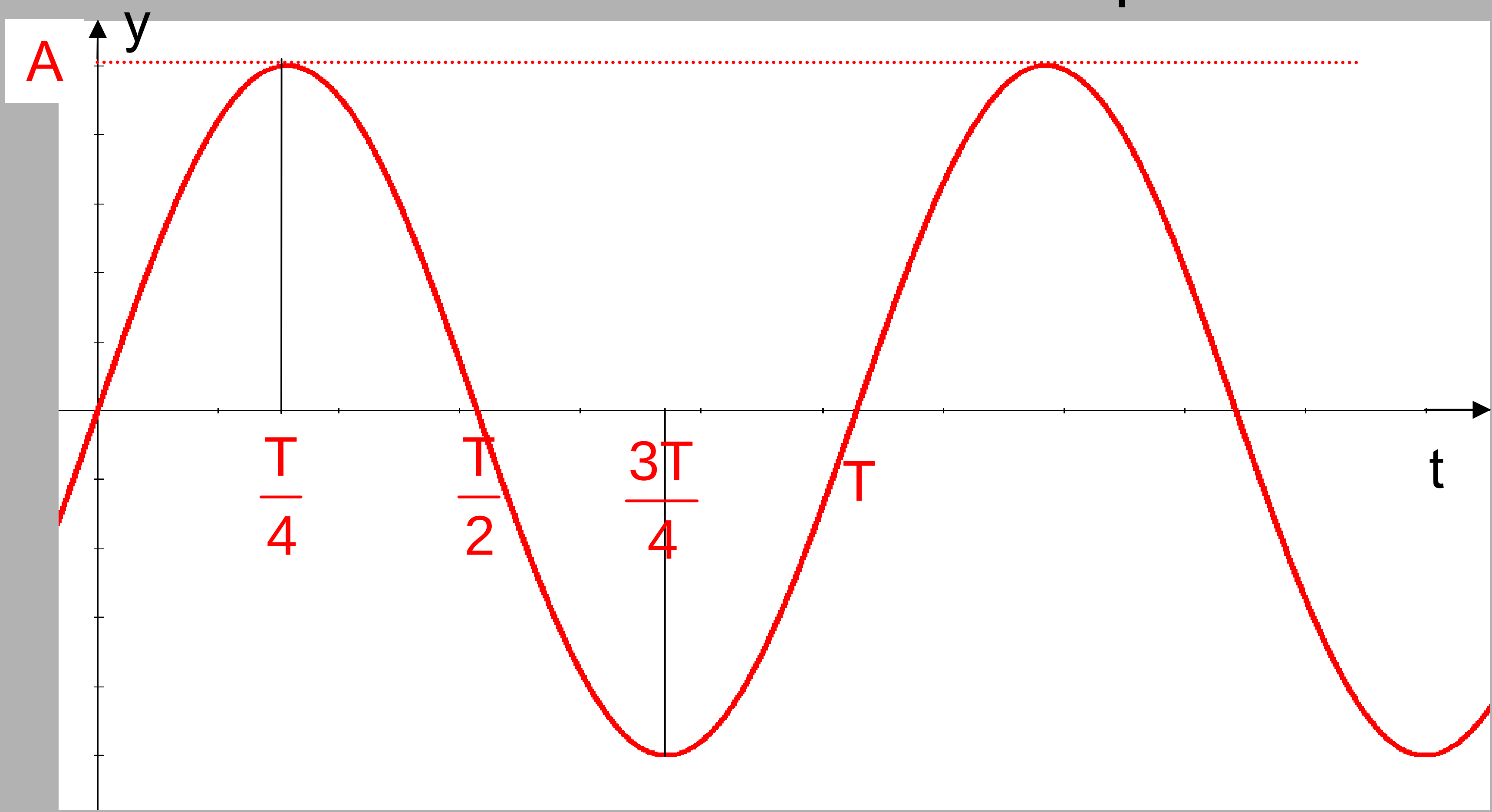
$$t = \frac{T}{2};\ \varphi_0 = 0 \ \Rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} = \pi \qquad Y(\frac{T}{2}) = A \cdot \sin(\pi) = 0$$

$$t = \frac{3T}{4};\ \varphi_0 = 0 \ \Rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{2} \qquad Y(\frac{3T}{4}) = A \cdot \sin(\frac{3\pi}{2}) = -A$$

$$t = T;\ \varphi_0 = 0 \ \Rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot T = 2\pi \qquad Y(T) = A \cdot \sin(2\pi) = 0$$

Schwingung und gleichförmige Kreisbewegung

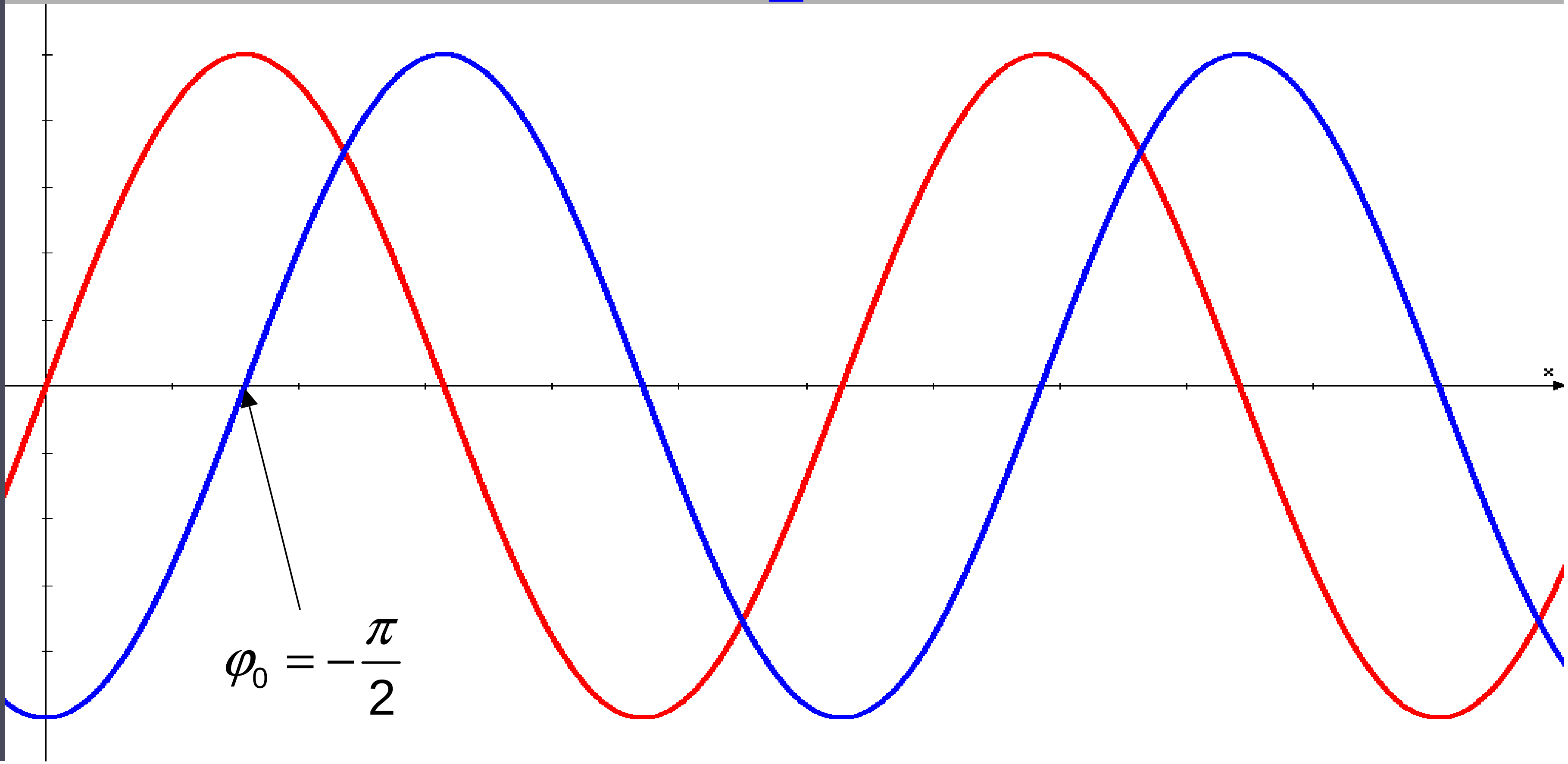
$$Y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$



Schwingung und gleichförmige Kreisbewegung

$$Y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$Y(t) = A \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = A \cdot \cos(\omega t)$$



Lineares Kraftgesetz und harmonische Schwingung

Gilt bei einer Schwingung das **lineare Kraftgesetz** (Hookesches Gesetz), dann handelt es sich um eine harmonische Schwingung

$$F = -D \cdot x$$

$$m \cdot a = -D \cdot x$$

$$m \cdot \ddot{x} = -D \cdot x$$

Das ist eine Differenzialgleichung mit der Lösung:

$$X(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Lineares Kraftgesetz und harmonische Schwingung

$$\ddot{x} = -\frac{D}{m} \cdot x$$

Das ist eine Differenzialgleichung mit der Lösung:

$$X(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\dot{X}(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\ddot{x}(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

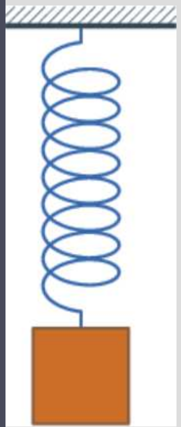
$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{D}{m} \quad \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

Experimentelle Überprüfung

$$m \cdot \ddot{x} = -D \cdot x$$

$$X(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{D}{m} \quad \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$



$$D = 3\frac{N}{m} \quad m = 0{,}05\,kg$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}05}{3}\frac{kg}{\frac{kg \cdot m}{s^2 kg}}} \approx 0{,}81\,s$$

Lineares Kraftgesetz und harmonische Schwingung

Wenn eine Schwingung harmonisch ist, dann gilt das **lineare Kraftgesetz** (Hookesches Gesetz)

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 \cdot x$$

$$m \cdot \ddot{x}(t) = -m \cdot \omega^2 \cdot x$$

$$m \cdot \ddot{x}(t) = -m \cdot \frac{D}{m} \cdot x$$

$$F = -D \cdot x$$

Schwingung eines Fadenpendels

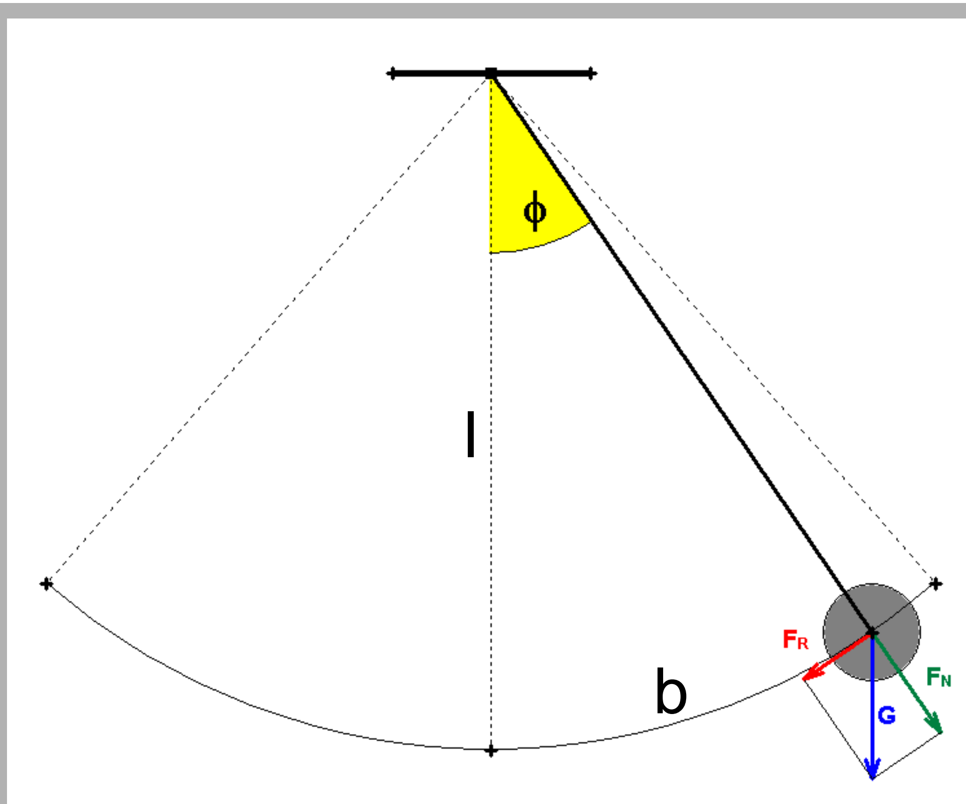
$$F_R = G \cdot \sin\phi$$

$$F_R = G \cdot \sin\frac{b}{l}$$

Für $x \ll 1$ gilt

$\sin x \approx x$

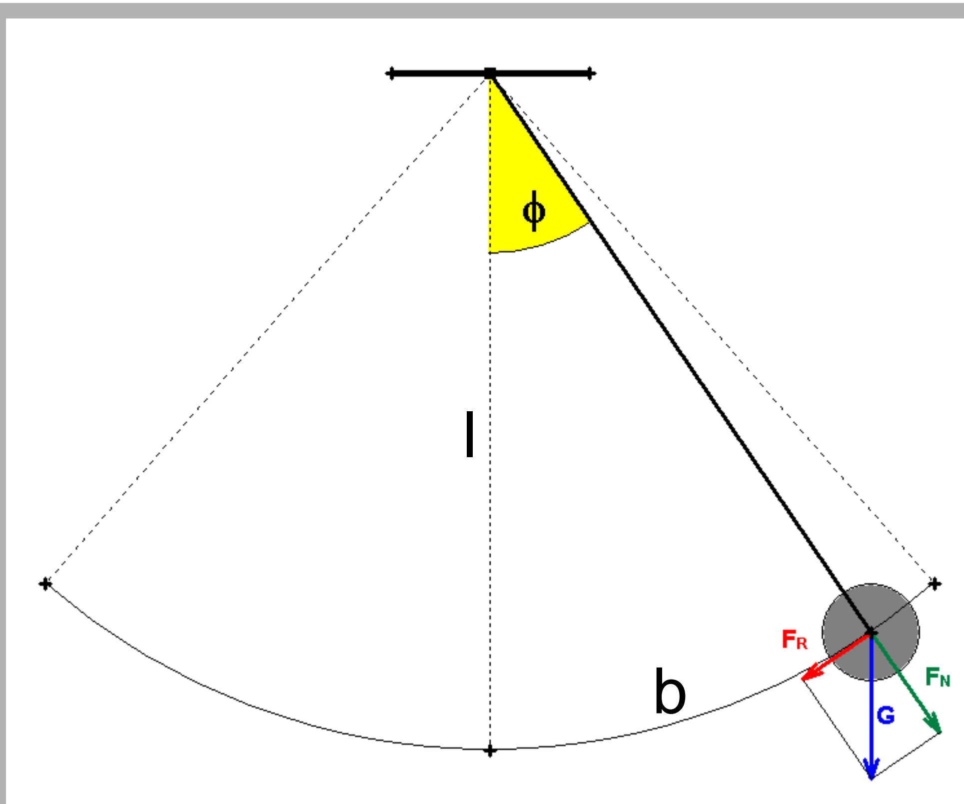
Bogenmaß!!



$$F_R = -G \cdot \frac{x}{l} = -\frac{G}{l} \cdot x \qquad \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{l \cdot m}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Schwingung eines Fadenpendels

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$



Für ein Fadenpendel ohne Reibung ist bei

kleiner Auslenkung :

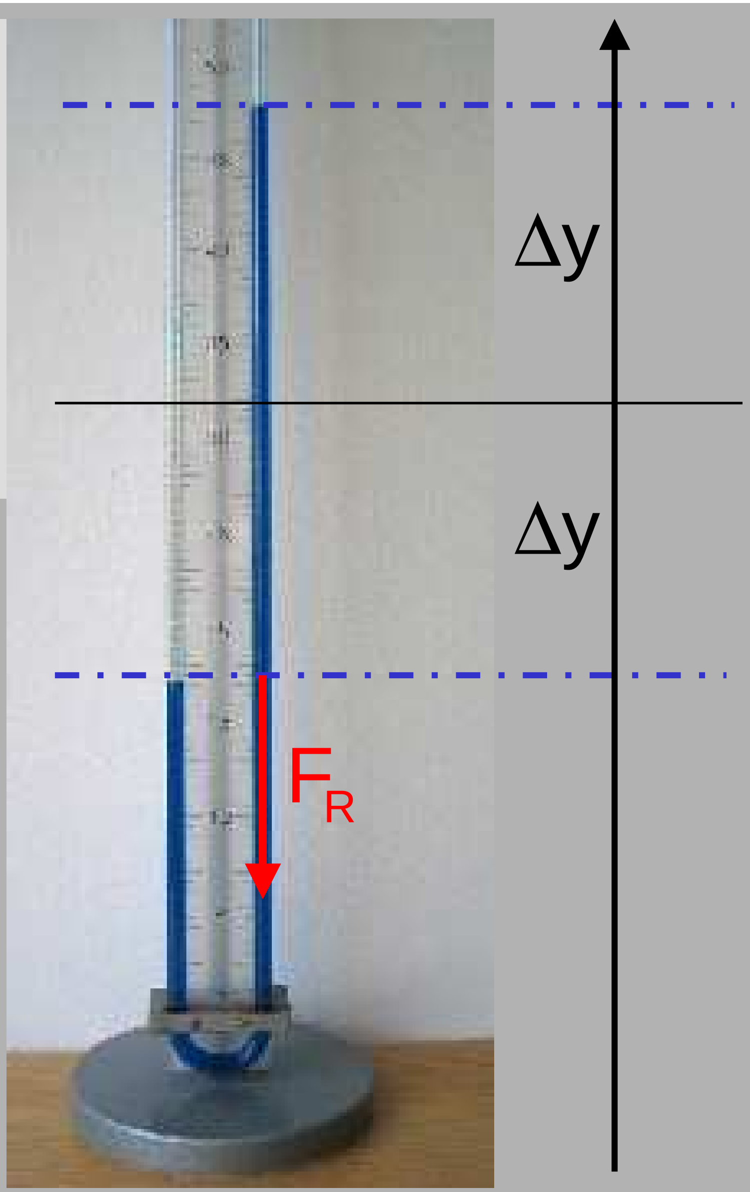
$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Schwingung einer Flüssigkeitssäule im U-Rohr

In einem U-Rohr mit konstantem Querschnitt A befindet sich eine Flüssigkeitssäule der Gesamtlänge l. Wenn man kurz in ein Rohrende bläst, so beginnt sie zu schwingen.

Die Rückstellkraft F_R ist gleich der Gewichtskraft , die die Säule mit der Höhe $h = 2 \cdot \Delta y$ auf die gesamte Flüssigkeitssäule mit der Länge L ausübt:

$$F_R = -m \cdot g = -\rho \cdot (A \cdot 2\Delta y) \cdot g$$
$$= -(\rho \cdot A \cdot g) \cdot 2\Delta y = -D \cdot s$$



Schwingung einer Flüssigkeitssäule im U-Rohr

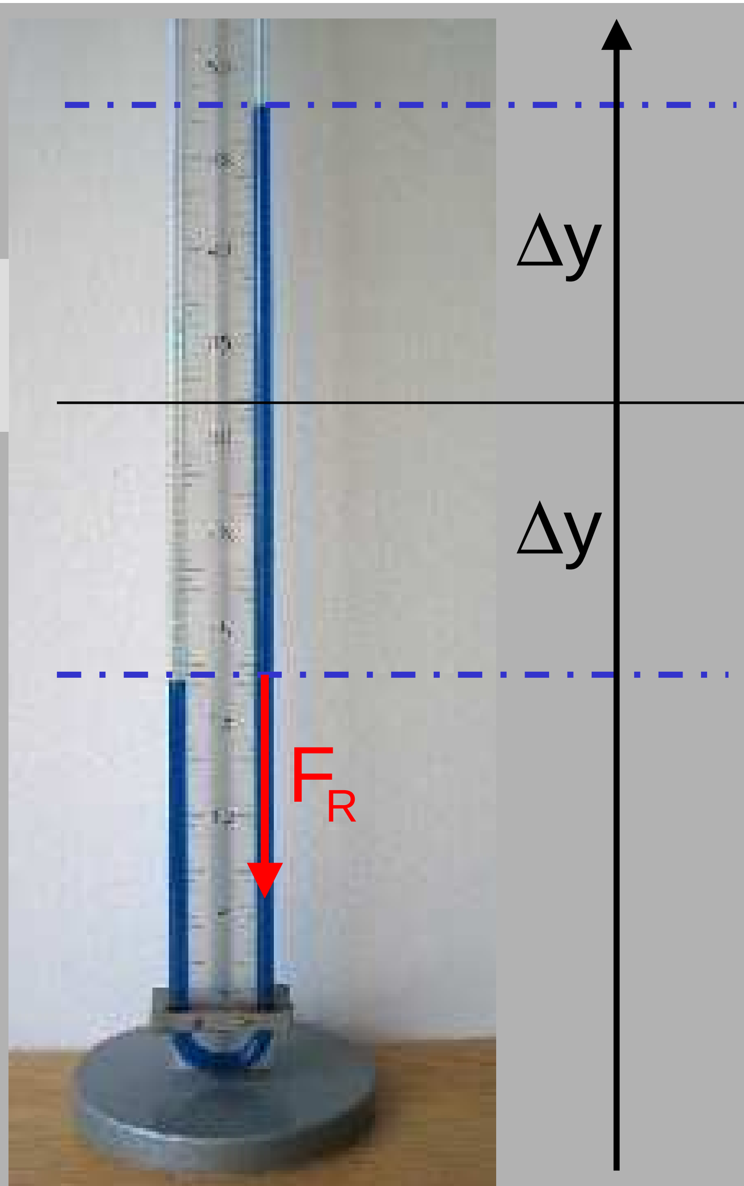
$$F_R = -m \cdot g = -\rho \cdot (A \cdot 2\Delta y) \cdot g$$
$$= -(2 \cdot A \cdot \rho \cdot g) \cdot \Delta y = -D \cdot s$$

Die Schwingung ist harmonisch mit

$$D = 2 \cdot A \cdot \rho \cdot g$$

$$\omega^2 = \frac{D}{m} = \frac{2A\frac{m}{V}g}{m} = 2\frac{g}{L}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2g}{L}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{g}}$$



Energie beim harmonischen Oszillator

Potenzielle Energie:

$$E_{pot} = \frac{1}{2} D\left(x(t)\right)^2 = \frac{1}{2} DA^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

Kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m\left(v(t)\right)^2 = \frac{1}{2} mA^2 \cdot \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$= \frac{1}{2} mA^2 \cdot \frac{D}{m} \cos^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{1}{2} D \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

Energie beim harmonischen Oszillator

Potenzielle Energie: $$E_{pot} = \frac{1}{2} D A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

Kinetische Energie: $$E_{kin} = \frac{1}{2} D \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$